Este Tomo 4 hace parte de la colección de libros denominada *Planes de clases de matemáticas en el marco del diálogo y el respeto*. Estos libros están dirigidos, principalmente, a maestros en formación inicial de Licenciaturas en Matemáticas, a formadores de los maestros anteriores y a profesores de Matemáticas en Instituciones Educativas que están interesados en conocer planes de clases que buscan conexiones entre las clases de matemáticas escolares y las matemáticas que se desarrollan en prácticas sociales de contextos socioculturales de los alumnos y de los mismos profesores. Estas investigaciones se desarrollaron en el marco del Programa Etnomatemáticas, y tuvieron una orientación de lo que hoy día se conoce como un enfoque didáctico de dicho programa y que ha venido siendo desarrollado desde Aroca (2022a).

ISBN 978-628-01-7217-0

Planes de clases de matemáticas

Armando Aroca A. - Alcides Páez S. - Óscar Paternina B.

Planes de clases de matemáticas en el marco del diálogo y el respeto

Venta de queso en tiendas de barrio [**fracciones**].
Bollos de maíz [**volumen, contenido y capacidad**].
Reciclaje callejero [**clasificación y teoría de conjuntos**].

TOMO 4

Armando Aroca Araújo
Alcides Segundo Páez Soto
Óscar Iván Paternina Borja

Planes de clases de matemáticas
en el marco del diálogo y el respeto

Venta de queso en tiendas de barrio [**fracciones**].
Bollos de maíz [**volumen, contenido y capacidad**].
Reciclaje callejero [**clasificación y teoría de conjuntos**].

TOMO 4

PLANES DE CLASES DE MATEMÁTICAS EN EL MARCO DEL DIÁLOGO Y EL RESPETO, TOMO 4

Planes de clases de matemáticas en el marco del diálogo y el respeto

Venta de queso en tiendas de barrio [**fracciones**].
Bollos de maíz [**volumen, contenido y capacidad**].
Reciclaje callejero [**clasificación y teoría de conjuntos**].

TOMO 4

Armando Aroca Araújo
Alcides Segundo Páez Soto
Óscar Iván Paternina Borja

PLANES DE CLASES DE MATEMÁTICAS EN EL MARCO DEL DIÁLOGO Y EL RESPETO, TOMO 4

Producción Editorial
Calidad Grafica.
Calle 110 N° 6QSN-522
Parque Industrial Zona Express, Bodega 1
Info@calidadgrafica.net
www.calidadgrafica.com.co

Enero 2025
Barranquilla

Made in Colombia

Tomo 4

Venta de queso en tiendas de barrio/fracciones. Bollos de maíz/volumen, contenido y capacidad. Reciclaje callejero/ clasificación y teoría de conjuntos.

Colaboradores:

LINDA TATIANA DÍAZ GARCÍA

JOSE LUIS PÉREZ ORTIZ

JUAN ANDRÉS HERNÁNDEZ PONCE

MARÍA IBETH SALAS MÉNDEZ

EFRAÍN RODRÍGUEZ MURILLO

Ex-integrantes del Semillero de Investigación Diversidad Matemática de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia

Visita y suscríbete en nuestro canal de YouTube

Síguenos en:

Conoce más sobre el Semillero de Investigación Diversidad Matemática en:

SOBRE LOS AUTORES

Armando Aroca Araújo

Doctor en Educación con énfasis en Educación Matemática. Profesor Titular de la Universidad del Atlántico. Programa de Licenciatura en Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Educación. Líder Grupo Investigación Horizontes en Educación Matemática. Coordinador Semillero de Investigación Diversidad Matemática. Par evaluador de Minciencias.

ResearchGate: https://www.researchgate.net/profile/Armando_ Aroca

Scholar.google:https://scholar.google.com/citations?user=7wgH upYAAAAJ&hl=es

CvLac: http://scienti.colciencias.gov.co:8081/cvlac/visualizador/generar CurriculoCv.do?cod_rh=0000554316

ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2786-4848

Redes sociales:

YOUTUBE: Matemáticas del Pueblo. People's Math.
Suscríbete en: https://bit.ly/3BcHbzu

FACEBOOK: Audiovisuales Etnomatemáticas.
Síguenos en: https://www.facebook.com/Etnomatematicas/

BLOG: https://semdivmath.blogspot.com

Alcides Segundo Páez Soto

- Docente de Matemáticas y Física Tiempo completo IE Leónidas Acuña, Valledupar, Cesar, Colombia
- Docente Ocasional o Catedrático del Departamento de Matemáticas de la Universidad Popular del Cesar
- Docente del Grupo de Investigación de la Universidad Popular del Cesar, Colombia

Grupo Interdisciplinario Estudio del Pensamiento Numérico, Políticas Públicas de Ciencia y Tecnología, Producción Agraria, Medio Ambiente, y Problemática de la Educación Latinoamericana y del Caribe. Actividad realizada: Coordinador de Semillero y Coinvestigador en Etnomatemáticas.

Óscar Iván Paternina Borja

Magíster en Educación Matemática.

Tutor de matemáticas – Nodo Caribe en Alianza Educativa.

Investigador en Etnomatemática, Formación de profesores de matemáticas e Implementación de materiales didácticos concretos.

Integrante del Grupo de Investigación Horizontes en Educación Matemática de la Universidad del Atlántico.

Par evaluador en revista especializada de educación.

- ResearchGate: https://www.researchgate.net/profile/Oscar-Paternina-Borja
- Scholar Google: https://scholar.google.es/citations?user=7WdVwJYAAAAJ&hl=es
- CvLac: https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001736246
- ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9061-9680

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

CAPÍTULO 1. EL ENFOQUE DIDÁCTICO DE LAS CLASES EN EL MARCO DEL DIÁLOGO Y EL RESPETO

PRESENTACIÓN

La colección de libros Planes de Clases de matemáticas en el marco del diálogo y el respeto, están dirigidos principalmente a maestros en formación inicial de licenciaturas en matemáticas, a formadores de los maestros anteriores y a profesores de matemáticas en Instituciones Educativas que están interesados en que sus clases de matemáticas se puedan buscar conexiones con las prácticas sociales de la vida cotidiana de los alumnos y de los mismos profesores.

Dicha colección está compuesta por un conjunto de Tomos, cada uno de ellos estará conformado por tres experiencias de aulas que fueron producto de proyectos de investigación que sirvieron como Trabajos de Grado, mediante la modalidad de Monografía, para obtener el título de Licenciado en matemáticas en otros casos, articulos publicados. Este primer Capítulo se mantendrá por igual para todos los tres tomos, pensando en la unicidad de contenido del libro.

Estas investigaciones se desarrollaron en el marco del Programa Etnomatemáticas, y tuvieron una orientación de lo que hoy día se conoce como un enfoque didáctico de dicho programa y que ha venido siendo desarrollado por Aroca (2022) y que ha tomado como principales referentes en lo que se refiere a conexiones etnomatemáticas a Rodríguez-Nieto y Alsina (2022), Rodríguez-Nieto (2020), Rodríguez-Nieto (2021), Rodríguez-Nieto & Escobar-Ramírez (2022), Rodríguez-Nieto, Font, Borji, & Rodríguez-Vásquez (2021); en el diseño de tareas a Cervantes-Barraza, Cabañas-Sánchez y Mercado-Porras (2020), Cervantes-Barraza y Cabañas-Sánchez (2022), Cervantes-Barraza y Vargas-Delgado (2022), Cervantes-Barraza y Aroca-Araújo (2023).

Por ello los autores de esta Colección consideran necesario conceptualizar sobre el Programa Etnomatemáticas y la propuesta de su enfoque didáctico.

EL PROGRAMA ETNOMATEMÁTICAS

Desde que Ubiratan D'Ambrosio, a quien consideramos el padre teórico del Programa Etnomatemáticas, a mediados de la década del 70, acuñó el concepto de Etnomatemáticas, este se ha consolidado hoy día en un Programa de Investigación con diversas líneas de investigación. Con la siguiente conceptualización, lo que los autores de esta Colección pretenden es que el lector construya su propio concepto sobre dicho Programa.

Gerdes (2013), a quien consideramos el padre de la metodología en el Programa Etnomatemáticas, dice que la Etnomatemática se puede definir como la antropología cultural de las matemáticas y la educación matemática. Como tal es un campo de interés relativamente reciente, que está situado en la confluencia de las matemáticas y la antropología cultural. La visión de las matemáticas como una cultura independiente y universal ha sido la tendencia dominante y probablemente lo sigue siendo. Por su parte Knijnik (1997, p.70) plantea la Etnomatemática como las manifestaciones simbólicas de grupos culturales como, por ejemplo, "las matemáticas de las distintas naciones indígenas, la matemática de distintos grupos profesionales y aquellas practicadas por las agricultoras y agricultores en sus actividades laborales". Rosa *et al.* Orey (2017) mencionan que desde una perspectiva "dambrosiana", la Etnomatemática recoge los estudios de prácticas matemáticas que son desarrolladas a lo largo de la historia por culturas específicas; también plantean que las prácticas implican técnicas que son adaptadas a determinado contexto cultural.

Al interpretar a Blanco (2006), se puede plantear que la Etnomatemática nace de la imposibilidad de las matemáticas y la antropología de explicar sus prácticas en los grupos sociales diferenciados. El mismo autor (Blanco 2008b), señala que:

> Las matemáticas se consideran como un constructo social y humano, que corresponde a las necesidades particulares de una sociedad en espacios y tiempos diferentes; es comúnmente aceptado que una comunidad desarrolla prácticas y reglas matemáticas con su propia lógica para entender, lidiar y manejar la naturaleza, es decir, la relación del hombre con la naturaleza es la que impulsa el desarrollo matemático, y es el hombre mismo, que construye esa relación en las nociones que le van hacer de mucha importancia. Estos saberes matemáticos pasan de generación en generación por distintos medios ya sea oral, escritos o tradición cultural de un pueblo (p.4).

Así mismo Bishop (2005) afirma que la Etnomatemática es el estudio de las relaciones entre matemáticas y cultura. Por su parte D'Ambrosio (2014, p.103), menciona que etimológicamente la palabra supone: El conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (*technés* o ticas) para explicar, aprender, conocer, lidear en/con (matemá) los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios (*etnos*) de una cultura, o sea, etnomatemática son las ticas de mathema en una determinada etno. Esta es una acepción muy aceptada en una región de Brasil. Sin embargo, preferimos quedarnos con lo que el mismo autor propone desde otra perspectiva sobre el Programa Etnomatemática: como la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, por grupos de trabajadores, profesionales, niños, sociedades indígenas y otros que se identifican por objetivos o tradiciones comunes. Así, las Etnomatemáticas son aquellas actividades ejecutadas en el contexto próximo y visible de cada individuo, donde se involucran de una forma u otra, aspectos relacionados [con las matemáticas].

Al intentar triangular estas concepciones se puede considerar el Programa Etnomatemáticas como el estudio de las matemáticas en diversas culturas o prácticas. No obstante, Blanco, Higuita y Oliveras (2014,p. 247) aclaran que "tal significado limita el programa mismo e incluso corre el riesgo de mirar estas otras culturas desde la perspectiva de una matemática dominante". En ello, la readaptación del movimiento neocolonial al campo de la educación matemática, ha ayudado mucho a revisar nuestras maneras de interpretar las prácticas del otro.

Por otro lado, Gerdes, citado por Miarka (2013), menciona que este autor considera ambiguo el término Etnomatemática en cuanto a su objeto de estudio. Por lo cual, implementó el término etnomatematicología, que toma como trasfondo el contexto cultural de un grupo particular en el estudio de las matemáticas.

D´Ambrosio (citado por Albánese & Perales, 2020) afirma que "las etnomatemáticas nacen para reconocer y valorizar las ideas y prácticas de grupos culturales diversos, pero como programa de investigación evolucionan para proponer una visión más amplia del conocimiento y para estudiar cómo y por qué los individuos generan, organizan y comparten este conocimiento". En esa visión más amplia, hemos avanzado en el enfoque didáctico del Programa Etnoamtemáticas para diseñar planes de clases de matemáticas en contextos escolares en el marco del diálogo y el respeto.

La Etnomatemática según D'Ambrosio (2019, p. 9) es la Matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas o rurales, grupos de trabajadores, clases profesionales, niños, sociedades indígenas y otros grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes a los grupos.

Siguiendo este hilo de ideas, la Etnomatemática puede entenderse como la forma en que culturas específicas desarrollaron a lo largo del tiempo las ideas, técnicas, para utilizar medidas, hacer inferencias, realizar cálculos, hacer comparaciones y clasificaciones, que son diferentes formas de modelar los entornos en los que se insertan (Rosa *et al.*, 2017), añadiríamos procesos incluso complejos de entender.

En cuanto el hacer investigación Etnomatemática, D'Ambrosio y Knijnik (2020) mencionan que esta implica realizar un trabajo de campo donde se utilizan técnicas etnográficas, tales como la observación participante, el diario de campo, la grabación de audio y las entrevistas; sin embargo, la Etnomatemática no solo implica etnografía, sino que también relaciona la investigación de campo y el trabajo pedagógico desarrollado en la escuela. El Programa Etnomatemáticas es considerado hoy en día como una subárea de la historia de las matemáticas y de la educación matemática. Ahora bien, como afirma

D'Ambrosio se hace necesario ubicarnos en el contexto propio del sujeto y su subjetividad, es decir, el reconocer la diversidad social, política e histórica y todos los microcontextos y macrocontextos que interactúan en él (como se citó en Jaramillo *et al.*, 2022).

En cuanto a la relación del Programa Etnomatemáticas con la Educación Matemática, según Bishop, citado por Blanco y Parra (2009):

> La relación principal entre etnomatemática y educación matemática es que ambas se centran en el ser humano y su conexión ya que en la mayoría de las veces se inclinan en el currículo matemático. La etnomatemática va más allá. Esta resalta que los distintos grupos culturales expresan distintas ideas y por ende la relación entre etnomatemática y educación matemática va más encaminada al como las ideas matemáticas se plasman en las personas (p.71).

Posteriormente D´Ambrosio (citado por Blanco, 2008), da su propia relación entre Etnomatemática y Educación matemática; "al hacer etnomatemática se hace educación matemática; eso quiere decir, hacer matemática dentro de las necesidades ambientales, culturales y sociales. El conocimiento es producido desde y para unas actividades sociales" (p.22).

En Rosa, Orey y Gavarrete (2017), se ofrece una amplia visión en Etnomatemáticas que incluye ideas, procedimientos y prácticas enraizadas en diversos contextos culturales. Se analiza desde diferentes perspectivas, se exponen sus dimensiones cognitivas, conceptual, educativa, epistemológica, histórica y política, como también se exponen diversas proyecciones futuras del Programa Etnomatemáticas.

Diseño de tareas matemáticas desde una perspectiva de la etnomatemática

El proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar se basa en elementos didácticos propios de la relación entre un profesor, un estudiante y un medio. Bajo la premisa del aprendizaje matemático ocurre en situaciones de interacción del estudiante con el medio y con la ayuda o guía del profesor (Krummheuer, 1995, 2015; Cervantes-Barraza y Cabañas-Sánchez, 2022; Cervantes-Barraza y Vargas-Delgado, 2022).). En este apartado, se enfatizará con respecto al tercer elemento didáctico, dado que el medio ha tomado forma de propuestas didácticas, materiales concretos, actividades de clase, situaciones de exploración usando *softwares* de geometría, entre otras. Sin embargo, se sostiene la necesidad de implementar tareas matemáticas que promuevan en los estudiantes competencias matemáticas como la resolución de problemas, la argumentación y modelación con actividades o prácticas culturales cercanas al contexto geográfico de los estudiantes (Cervantes-Barraza y Aroca-Araújo 2023, en prensa).

El término de tarea matemática se ha implementado desde el contexto anglosajón para referirse al conjunto de actividades de corte cognitivo y prácticas que deben realizar los estudiantes bajo situaciones problemas encaminadas a los procesos de análisis, abstracción y síntesis de características de los conceptos matemáticos en estudio, por ejemplo, en geometría, aritmética, álgebra y estadística. Las tareas matemáticas son la base de las clases de matemáticas. Autores como Cervantes-Barraza y Cabañas-Sánchez (2022) sostienen que por medio de las tareas se promueve el aprendizaje basado en la construcción de argumentos y refutaciones en torno a una conclusión falsa puesta a discusión. Entes curriculares como el consejo de profesores de matemáticas de Estados Unidos (NCTM, 2000), concurren con entes nacionales como el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) en la necesidad de desarrollar la argumentación y la refutación en estudiantes desde las primeras edades de la escolaridad.

La argumentación en el salón de clases de matemáticas vista como una actividad discursiva que acarrea acciones cognitivas tales como el análisis, justificación, construcción de conclusiones, refutaciones con el objetivo de convencer a una audiencia en un contexto colectivo, es decir, los estudiantes de una clase. Krummehuer (1995, 2015) manifiesta que la interacción entre los estudiantes y la construcción de argumentos en el contexto del análisis de situaciones problemas son la evidencia del proceso de aprendizaje de los estudiantes; asegura que los estudiantes que son capaces de construir argumentos y convencer a los demás de la veracidad de sus argumentos son aquellos que han adquirido conocimiento matemático.

Investigaciones han reportado que el rol del profesor en el proceso argumentativo es crucial, desde la planeación y gestión de la clase propicia oportunidades para que los estudiantes construyan argumentos, los validen y construyan conclusiones (Solar y Deulofeu, 2016; Cervantes-Barraza, Cabañas-Sánchez y Mercado-Porras, 2020). En línea con lo anterior, Solar, Ortiz, Deulofeu y Ulloa (2020) afirman que, para fomentar la participación y la discusión en clases de matemáticas, el profesor debe considerar desde el plan de clase la promoción de la argumentación de los estudiantes, especificando el tipo de preguntas que utilizará con la finalidad de fomentar la construcción de conocimientos al resolver tareas matemáticas. En esta investigación una tarea matemática se refiere a "situaciones que el profesor propone (problema, investigación, ejercicio, etc.) a los estudiantes. Estas son el punto de partida de la actividad del alumno, la cual, a su vez, produce como resultado su aprendizaje" (Pochulu, Font y Rodríguez, 2016, p.76).

Como parte del contexto geográfico de los estudiantes, investigadores pioneros del programa de la Etnomatemática, sugieren que los diseños de tareas matemáticas con base en el análisis de los artefactos culturales empleados en las prácticas culturales tienen el potencial para apoyar el aprendizaje de las matemáticas, el lenguaje y la cultura (Aroca, 2022; Huru, Räisänen, y Simensen, 2018). En este sentido, se resalta la importancia del entorno, la cultura y el aprendizaje de la matemática dado que "el entorno que nos rodea está lleno de valores y saberes provenientes de la cultura, la actividad profesional y toda una experiencia que contribuye a una resignificación de los conceptos matemáticos. Muchos contenidos de las matemáticas académicas están presentes en nuestras tareas diarias, como comprar en los supermercados, producir y vender productos, trabajar y actividades culturales" (Wiryanto, Primaniarta y de Mattos (2022, p. 662).

Cervantes-Barraza y Aroca-Araújo (2023, en prensa) contribuyen desde aspectos conceptuales y metodológicos para el diseño de tareas matemáticas. Para ello introducen y definen el concepto de tarea matemática interactiva, como el conjunto de actividades, ejercicios, situaciones problemas que propone el profesor de matemáticas con base en un objetivo de aprendizaje, trayectorias hipotéticas de aprendizaje, una consigna, varias preguntas detonadoras de la construcción de argumentos y refutaciones diseñadas con la ayuda de herramientas tecnológicas digitales como Genially, Canva, y Padlet, entre otras. Los autores adaptaron el marco analítico (HiCuA) (ver Figura cual consistió en incluir material audiovisual como los videos de etnomatemáticas referentes a las prácticas culturales que realizan campesinos, empleados, personas del común al emplear prácticas culturales en el contexto de la matemática diseñados por uno de los autores de esta investigación (ver más en: https://www.youtube.com/@matematicasdelpueblo.peopl7235). Además, se incluyen con el fin de soportar y promover la construcción de argumentos con base en los principios de diseño de tareas matemáticas (Cabañas-Sánchez y Cervantes-Barraza, 2019).

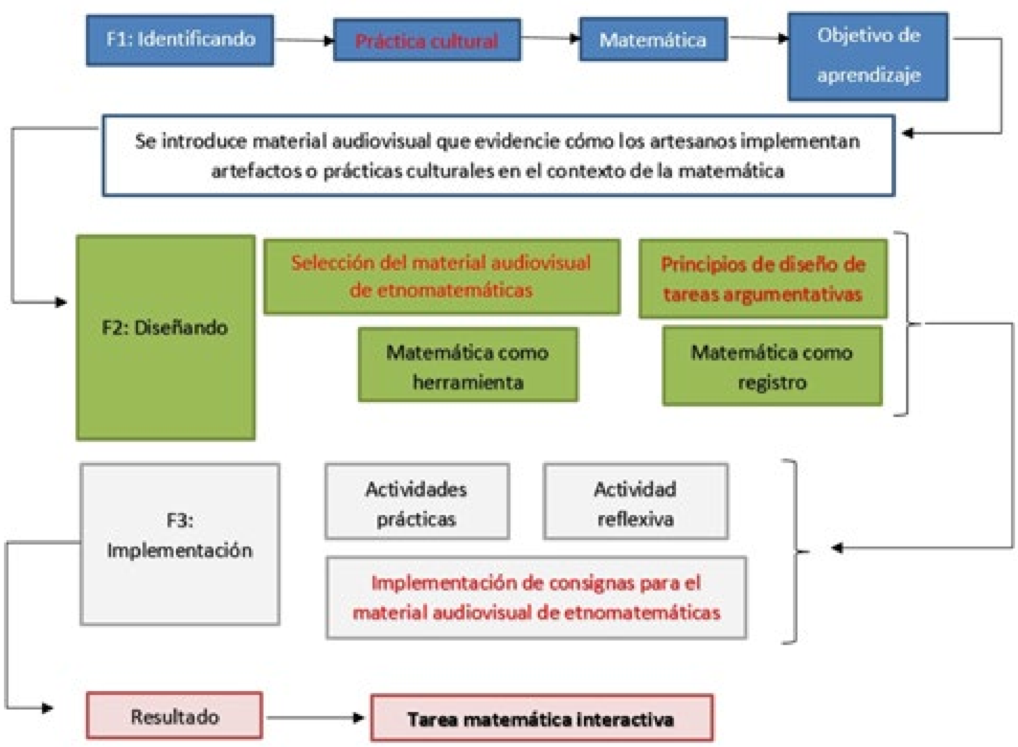


Figura 1. Adaptación de las fases del marco analítico HiCuA.

Detallados los elementos conceptuales, en esta sección se presentarán ejemplos de tareas matemáticas interactivas que reúnen los principios de diseño de tareas matemáticas en el contexto de gestionar la construcción de argumentos de los estudiantes en lo colectivo.

Tarea Matemática Interactiva 1: Rectas paralelas

La tarea matemática interactiva diseñada con base en el concepto geométrico de rectas paralelas se basa en un video de Etnomatemáticas que evidencia cómo se puede construir una recta paralela a una superficie inicial dada. Para ello, el artesano explica detalladamente cómo usar los dedos de la mano para sostener el lápiz y poder hacer la construcción (ver Figura 2).

Se puede consultar la TMI en el siguiente enlace:

https://view.genial.ly/645c46b58607d500111d930a/presentation-rectas-paralelas-y-perpendiculares-en-diferentes-situaciones

Figura 2. TMI con base en el concepto de recta paralela.

La tarea diseñada aborda, además, otro video explicativo que busque nutrir la parte conceptual de los estudiantes (ver Figura 3), asimismo, se plantean juegos interactivos relacionados con el concepto geométricos con el fin de proporcionar a los estudiantes diferentes contextos y situaciones problemas y con ellos promover el desarrollo de la argumentación y análisis de situaciones contextualizadas.

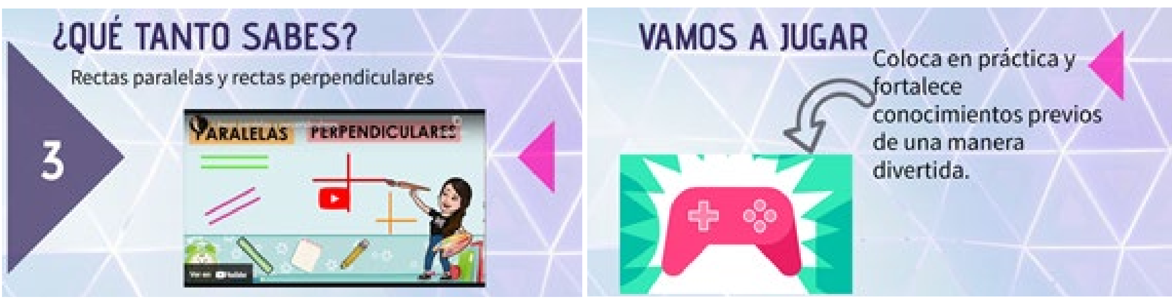


Figura 3. Elementos interactivos de la tarea matemática

Como parte de la tarea matemática se presentan a modo de ejemplo las consignas que se proponen y buscan desarrollar en los estudiantes la implementación de la información brindada. Para ello se plantean las siguientes consignas matemáticas cuyo nivel de demanda cognitiva es alto (ver Figura 4).

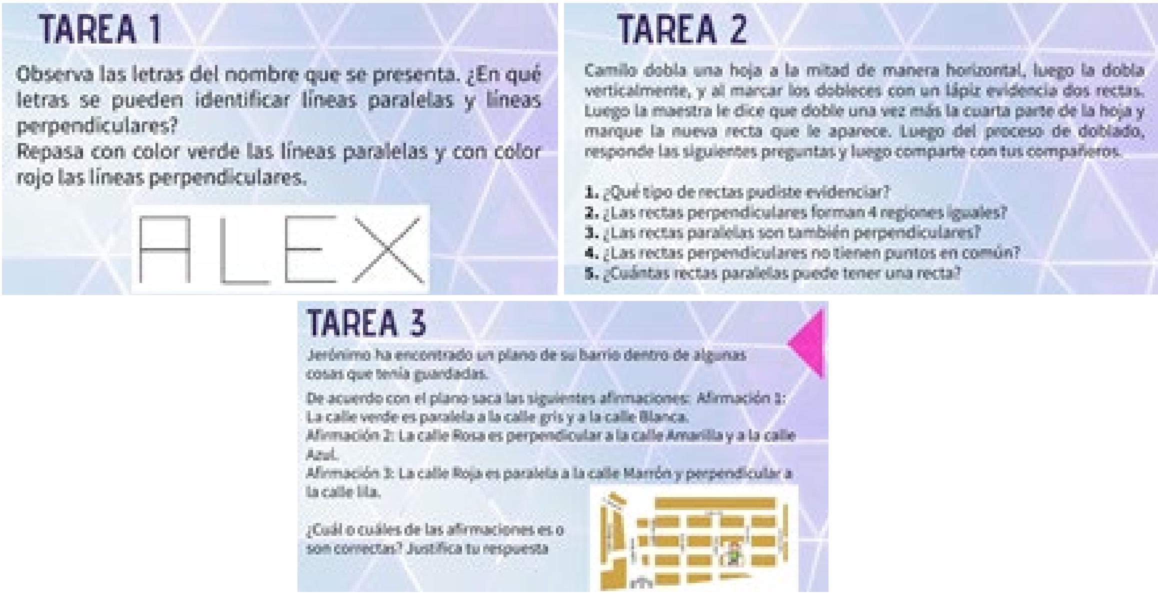


Figura 4. Secuencia de tareas matemáticas interactiva

Las consignas diseñadas, además de buscar la resolución de las situaciones problemas busca que los estudiantes construyan argumento que respalden la postura de cada uno de los mismos. Para ello se puede identificar que en la tarea 1 es de carácter de reconocer elementos básicos del concepto de rectas paralelas; en cambio en la consigna 2, se busca profundizar en elementos conceptuales y prácticos del concepto. Y en la tarea 3, se busca aplicar situaciones contextualizadas y cercanas a la realidad.

Se presentan, a forma de ejemplo, otras tareas matemáticas que guardan los principios de diseños de tareas bajo el programa de la Etnomatemática y la argumentación.

Tarea Matemática Interactiva 2: Preparación de pudines y la conversión de unidades

Se puede consultar en:

https://view.genial.ly/645bc1235e5feb00117def30/presentation-unidades-de-medida-masa

Tarea Matemática Interactiva 3: Círculo y circunferencia

Se puede consultar en:

https://view.genial.ly/645c5f6093b5a200188af455/presentation-tareas-temas-circulo-y-corcunferencia

Conexiones etnomatemáticas en prácticas cotidianas del Caribe colombiano

La línea de investigación sobre conexiones ha tomado un rol fundamental en la literatura de Educación Matemática debido a que garantizan la comprensión de conceptos matemáticos (Berry y Nyman, 2003; Rodríguez-Nieto et al., 2023). Además, las conexiones matemáticas son importantes para que una persona resuelva problemas porque cada paso o procedimiento usado significa una o varias conexiones que ha establecido, relacionando representaciones, significados, proposiciones, propiedades, etc. (Rodríguez-Nieto et al., 2022).

En este contexto se han reconocido modelos de conexiones matemáticas que surgieron con la intención de identificar conexiones que permiten reconocer un tipo de comprensión de una persona cuando resuelve problemas en un proceso de enseñanza o aprendizaje (e.g., Alsina, 2014; Businskas, 2008; García-García y Dolores-Flores, 2019; Rodríguez-Nieto y Alsina, 2022; Rodríguez-Nieto et al., 2020). Con este tipo de conexiones se realizaron diversos estudios enfocados en conexiones intra y extramatemáticas que emergen de problemas intradisciplinares e interdisciplinares, pero hacía falta un tipo de conexión que evidenciara el abordaje sociocultural de múltiples grupos culturales del mundo y su relación con las matemáticas escolares de manera permanente. Cabe destacar que, en la literatura especializada ya existía la etnomatemática entendida como la matemática usada por cualquier grupo de personas en su práctica cotidiana (Aroca, 2016; D'Ambrosio, 2001) y otros enfoques teóricos dedicados a la valoración de las matemáticas de la vida real para la construcción social del conocimiento matemático (Cantoral et al., 2015).

Por lo tanto, Rodríguez-Nieto (2020) inició la reflexión sobre la influencia de las conexiones en el ámbito sociocultural, cuestionando que en las "investigaciones basadas en la etnomatemática les dan importancia a las conexiones, pero no se profundiza en alguna clasificación de las conexiones que emerjan en la práctica cotidiana estudiada" (p. 6). Además, los artículos se hacían considerando una sola práctica cotidiana, pero no integrando conocimientos matemáticos comunes para incurrir en diálogos con aire de familia que promovieran conexiones. Ante esta situación nació el modelo de conexiones etnomatemáticas entendidas como las relaciones entre las matemáticas practicadas por grupos culturales (albañiles, campesinos, ingenieros, deportistas, cocineros, etc.) y las matemáticas institucionales o públicas plasmadas en los materiales curriculares (e.g., libros de texto, planes de estudio) (Rodríguez-Nieto, 2021).

Después de hacer un análisis basado en los datos con ocho prácticas cotidianas, en Rodríguez-Nieto (2020) se clasificaron las conexiones etnomatemáticas en internas, externas y de significado etnomatemático. Las internas se refieren a "las relaciones que hace un sujeto entre unidades de medidas (convencional o no convencional) de un mismo sistema de medida usado en una práctica cotidiana, considerando equivalencias y conversiones" (Rodríguez-Nieto, 2020, p. 12), y una conexión externa "se promueve cuando una unidad de medida (convencional o no convencional) es usada de manera similar en diferentes sistemas de medidas de prácticas cotidianas distintas" (Rodríguez-Nieto, 2020, p. 26).

Por su parte, Rodríguez-Nieto (2020) manifestó que una conexión de significado etnomatemático se identifica cuando una persona atribuye un sentido a un concepto matemático u objeto haciendo una relación de expresión-contenido, emitiendo lo que significa para él un objeto cultural o artefacto, una medida, un diseño, entre otras actividades universales, en función de la práctica cotidiana (Rodríguez-Nieto, 2020). Además, las conexiones matemáticas favorecen la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas desde tres aspectos:

1) Las conexiones etnomatemáticas son relevantes porque primero se valora la matemática en la práctica diaria que realiza una persona y luego el investigador identifica la conexión y la vincula con la matemática institucionalizada. 2) Las conexiones etnoma-

> temáticas pueden favorecer la comprensión de conceptos matemáticos considerando que el estudiante resuelve problemas matemáticos basados en la vida real y, a su vez, se comparten las sugerencias sobre conexiones de los organismos curriculares (…). 3) Las conexiones etnomatemáticas no solo pueden reconocerse en una sola práctica cotidiana, sino en varias, del mismo contexto sociocultural o de diferentes pueblos, regiones o países, evitando el aspecto local de las etnomatemáticas cuando se enfatiza en una sola práctica cotidiana (Rodríguez-Nieto y Escobar-Ramírez, 2022, p. 998-999).

En Mansilla et al. (2023) se presentan conexiones etnomatemáticas de tipo curricular basadas en la pesca chilena, así como las secuencias etnomatemáticas que privilegian el conocimiento de los estudiantes por su poder persuasivo de requerir relaciones constantes y directas entre la cultura, el currículo, la educción y el aula de clases. También, llegaron a un consenso de que las conexiones matemáticas son un indicador fundamental para la comprensión de objetos matemáticos teniendo en cuenta las aplicaciones, significados, procedimientos y las conexiones etnomatemáticas son relevantes porque al ser establecidas para una asignatura específica, los estudiantes, profesores y padres de familia encontrarán sentido, trascendencia y maneras de usar las matemáticas institucionales en función de prácticas cotidianas y viceversa. En este sentido, Mansilla et al. (2023) afirman que:

> La implementación de secuencias etnomatemáticas basada en conexiones etnomatemáticas fomenta el vínculo entre las matemáticas formales y situaciones de la vida real y promueve la capacidad de los estudiantes para aplicar el conocimiento matemático institucionalizado en su vida cotidiana y actividades propias de su cultura fuera de la sala de clase (p. 63).

Realmente para la construcción de una secuencia etnomatemática se requiere de tres grandes etapas (Mansilla et al., 2023): 1) familiarización con la etnomatemática referida a la exploración del conocimiento del contexto sociocultural y saberes matemáticos de la comunidad, 2) diálogo etnocurricular entre las conexiones etnomatemáticas y el currículo de matemáticas y, 3) diseño de la secuencia etnomatemática con su respectiva ruta de aprendizaje considerando los objetivos de aprendizaje o bien, los Derechos Básicos de Aprendizaje [DBA] (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2016).

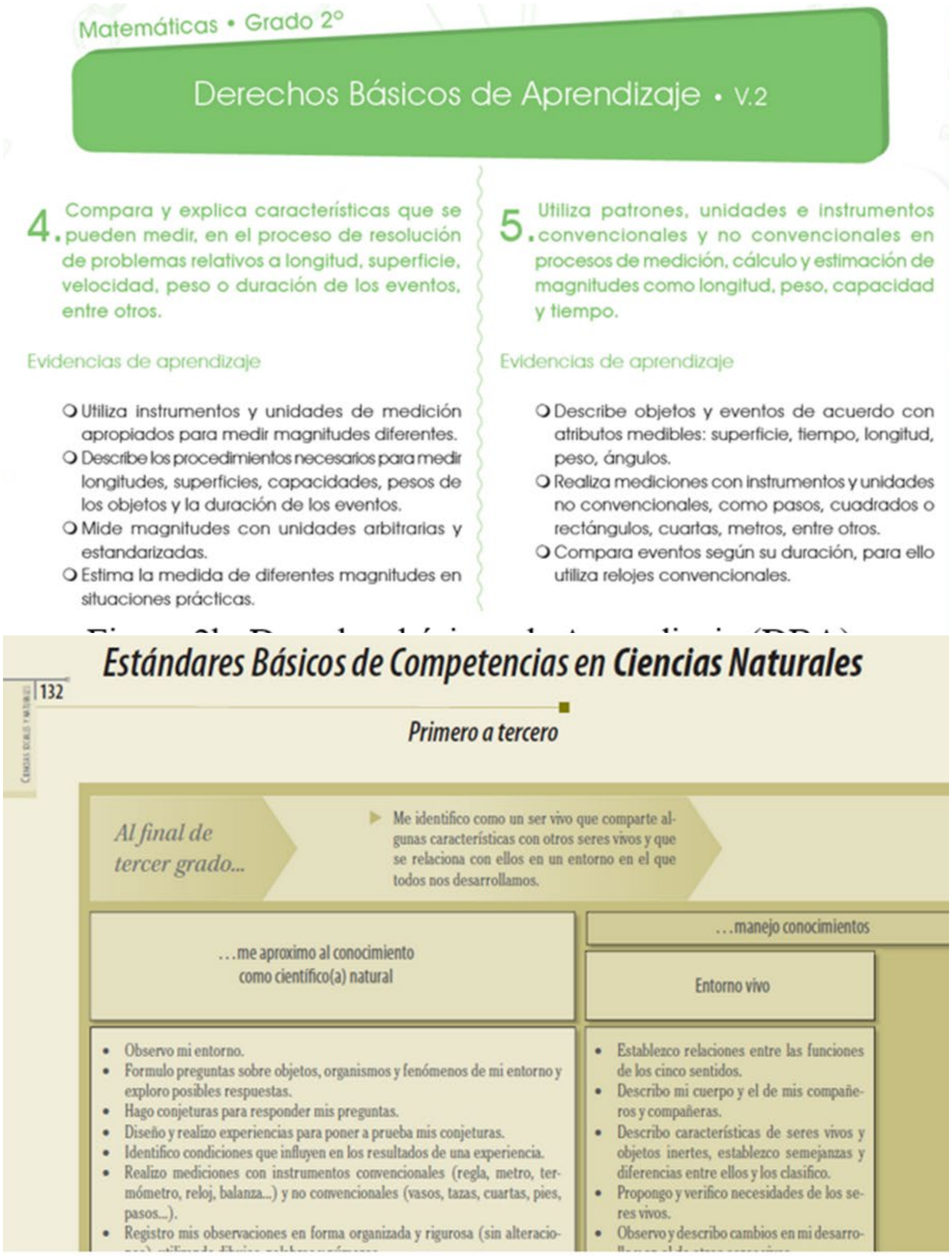
Por otra parte, se presentan tres contextos de reflexión desde un enfoque cualitativo (Hernández et al., 2014) describiéndose prácticas cotidianas del Caribe colombiano y las conexiones etnomatemáticas emergentes. Los participantes se etiquetan como P1 (elaborador de cometas para diversión), P2 (elaborador de cometas para pescar) y P3 (carpintero elaborador de muebles). Estos participantes colaboraron con entrevistas semiestructuradas donde el investigador (I) realizó preguntas para saber aspectos familiares y personales de los participantes, nivel escolar, motivación para realizar las prácticas diarias y luego, la pregunta clave ¿cómo realizas tu práctica cotidiana y qué procedimientos sigues? En respuesta a esta pregunta los participantes respondieron lo siguiente:

Conexiones etnomatemáticas internas basadas en P1 y P2

En la práctica cotidiana de P1 se identificaron fases para elaborar cometas para diversión: la primera se refiere a medir la caña por medio de unidades de medida no convencionales como la cuarta, el jeme y los dedos. La segunda trata de cortar la caña con segueta y sacar las varillas (dos largas con medidas de cinco cuartas y una varilla corta o central de cuatro cuartas). La tercera consiste en medir el centro de las varillas por medio de una pita donde se reconoce el punto medio desde una vista geométrica. La cuarta fase es el amarre de las varillas en el punto medio con una pinta o hilo. Estas varillas forman ángulos opuestos por el vértice (matemática institucional). La quinta fase es el amarre de las varillas en sus extremos generando seis triángulos isósceles comprobados con la medida de la pitica. Además, en la estructura de la cometa se forma un hexágono que es una figura geométrica fundamental en los cursos de primaria, secundaria y universidad. Por último, en la sexta fase se forra la cometa con papel o bolsa plástica (ver Figura 5).

Figura 5. Evidencia de la elaboración de cometas

Las conexiones etnomatemáticas se refieren a la relación entre las medidas hechas por P1 como la cuarta, el jeme, dedos, metro, entre otros. En especial mencionó que la cuarta es equivalente a veintidós centímetros estableciendo equivalencias y conversiones entre unidades de medidas no convencionales y convencionales (matemática institucional) sugerida para el segundo y tercer grado de primaria, (ver Figura 6).



Matemáticas • Grado 2°

Derechos Básicos de Aprendizaje • V.2

4. Compara y explica características que se pueden medir, en el proceso de resolución de problemas relativos a longitud, superficie, velocidad, peso o duración de los eventos, entre otros.

Evidencias de aprendizaje

- Utiliza instrumentos y unidades de medición apropiados para medir magnitudes diferentes.
- Describe los procedimientos necesarios para medir longitudes, superficies, capacidades, pesos de los objetos y la duración de los eventos.
- Mide magnitudes con unidades arbitrarias y estandarizadas.
- Estima la medida de diferentes magnitudes en situaciones prácticas.

5. Utiliza patrones, unidades e instrumentos convencionales y no convencionales en procesos de medición, cálculo y estimación de magnitudes como longitud, peso, capacidad y tiempo.

Evidencias de aprendizaje

- Describe objetos y eventos de acuerdo con atributos medibles: superficie, tiempo, longitud, peso, ángulos.
- Realiza mediciones con instrumentos y unidades no convencionales, como pasos, cuadrados o rectángulos, cuartas, metros, entre otros.
- Compara eventos según su duración, para ello utiliza relojes convencionales.

Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Naturales

132

Primero a tercero

Al final de tercer grado...

- Me identifico como un ser vivo que comparte algunas características con otros seres vivos y que se relaciona con ellos en un entorno en el que todos nos desarrollamos.

...me aproximo al conocimiento como científico(a) natural

- Observo mi entorno.
- Formulo preguntas sobre objetos, organismos y fenómenos de mi entorno y exploro posibles respuestas.
- Hago conjeturas para responder mis preguntas.
- Diseño y realizo experiencias para poner a prueba mis conjeturas.
- Identifico condiciones que influyen en los resultados de una experiencia.
- Realizo mediciones con instrumentos convencionales (regla, metro, termómetro, reloj, balanza...) y no convencionales (vasos, tazas, cuartas, pies, pasos...).
- Registro mis observaciones en forma organizada y rigurosa (sin alteracio-

...manejo conocimientos

Entorno vivo

- Establezco relaciones entre las funciones de los cinco sentidos.
- Describo mi cuerpo y el de mis compañeros y compañeras.
- Describo características de seres vivos y objetos inertes, establezco semejanzas y diferencias entre ellos y los clasifico.
- Propongo y verifico necesidades de los seres vivos.
- Observo y describo cambios en mi desarro-

Figura 6. Matemáticas en los materiales curriculares (tomado del MEN (2006; 2017)).

Adicionalmente, se presentan vínculos entre el nudo o centro de las varillas con el punto medio y diversas formas geométricas como el triángulo, hexágono, trapecios, paralelogramos, tipos de ángulos, segmentos, vértices que se pueden trabajar en las aulas de clases de matemáticas. Por otra parte, se muestran las conexiones etnomatemáticas en la elaboración de cometas para pescar, donde P2 tiene fines diferentes a P2 porque las usa en un entorno distinto y le debe hacer perforaciones (en el forrado de plástico) para que pierda fuerza respecto del viento. No obstante, la estructura en la misma y usa medidas similares como la cuarta, el jeme y los dedos y la estructura es un hexágono (ver Figura 7).

Figura 7. Estructura de la cometa hecha por P2

Posteriormente, este insumo de conocimientos etnomatemáticos fueron llevados al aula de clases donde los estudiantes aprendieron un sistema de medida ancestral o no convencional diferente al que habían aprendido en toda su experiencia escolar. De hecho, en la Figura 8 se visualizan conexiones etnomatemáticas: en la Figura 8a referidas a cometas vinculadas con geometría y en la Figura 8b las medidas para hacer cometas y los estudiantes motivados midiendo con la cuarta.

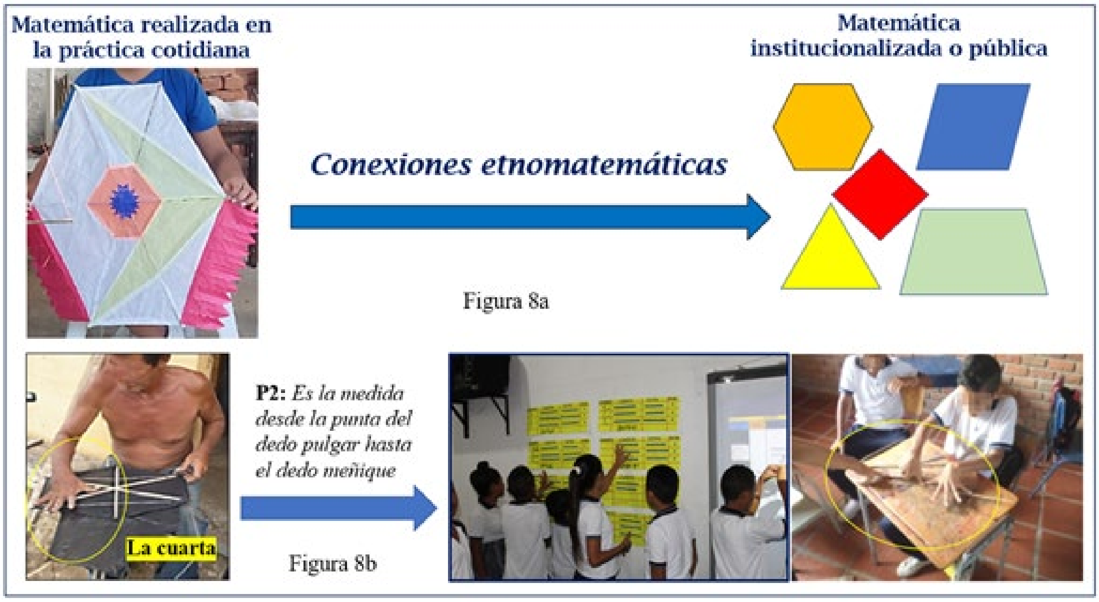


Figura 8. Conexiones etnomatemáticas con base en la elaboración de cometas.

Conexiones etnomatemáticas internas basadas en P3

En la práctica cotidiana de la ebanistería, P3 elabora muebles considerando inicialmente el presupuesto donde usa operaciones básicas de la aritmética, porcentajes, medidas con el metro, escuadras (para las puertas), reglas (para los cortes del triple), escalímetros, entre otros. Especialmente, P1 menciona que dado el caso que tenga que hacer un trabajo y no lleve metro él usaría la cuarta como su medida recursiva, la cual mide aproximadamente 22 centímetros (ver Figura 9).

Figura 9. Evidencia de las matemáticas usadas por el carpintero (adoptado de Rodríguez-Nieto, 2020).

Este tipo de conexiones se asocian con evidencias de aprendizajes referidas a medidas convencionales y no convencionales, tipos de ángulos, rectas paralelas y perpendiculares. De manera general, en la Figura 6 se presentan las conexiones internas realizadas por los participantes que elaboran cometas para pescar, cometas para diversión y un carpintero que elabora muebles, quienes usan de manera similar la cuarta como una unidad de medida fundamental o recursiva. Dichas conexiones vistas de manera integrada se convierten en conexiones externas porque las personas usan la cuarta de manera similar en diferentes prácticas y es equivalente a 22 centímetros. Es oportuno mencionar que la conexión principal y generadora de las conexiones internas y externas es la conexión de significado etnomatemático cuando los participantes mencionan que la cuarta es una medida que inicia desde la punta del dedo pulgar hasta la punta del dedo meñique. A continuación, se muestra la conformación de las conexiones externas (ver Figura 10).

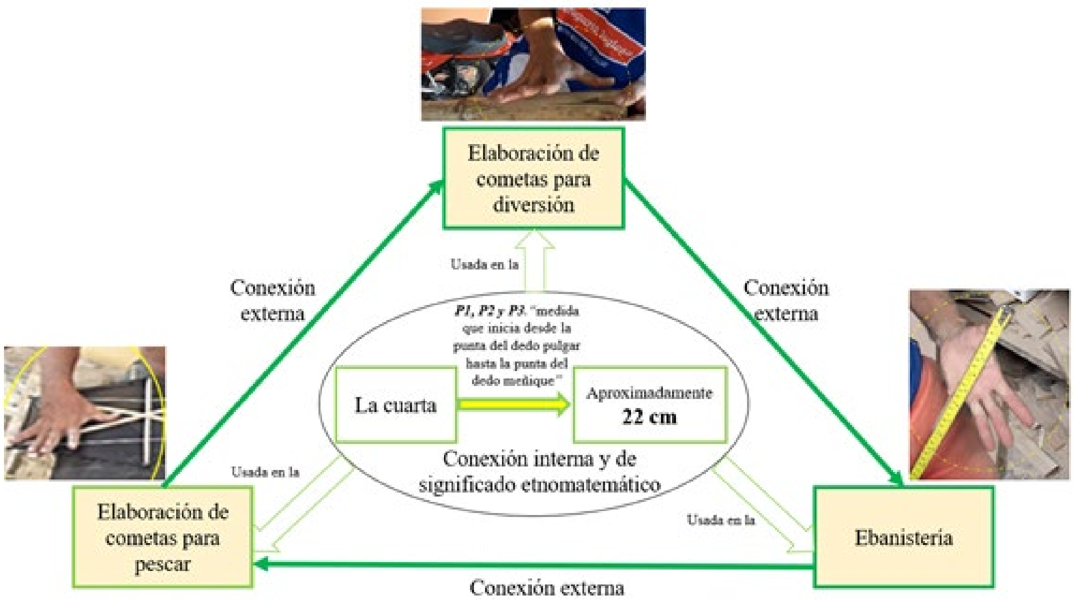


Figura 10. Conexiones etnomatemáticas externas.

Se concluye que este tipo de conexiones etnomatemáticas les permiten a los estudiantes y profesores tener diálogos más cercanos entre las prácticas cotidianas y las matemáticas formales. Es decir, los estudiantes tendrán la oportunidad de recibir una enseñanza de las matemáticas contextualizadas donde disfruten y realicen procesos de resolución de problemas reales y auténticos.

El enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas

Una amplia conceptualización sobre el enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas se encuentra en Aroca (2022), y videos en YouTube que se pueden buscar como fase etnografica o fase educativa de sy autoría. Allí se expone que dicho enfoque didáctico consiste, en términos muy generales, en que primero se debe hacer una fase etnográfica y luego problematizar los resultados de esta fase en clases de matemáticas escolares, lo que se conoce como la fase educativa.

Fase etnográfica

La fase etnográfica está compuesta por siete sub-fases, que regularmente son sucesivas; se trata de la inmersión que hace el profesor de matemáticas o el maestro en formación en una práctica social, y tiene como objetivo comprender el saber matemático comunitario y el conocimiento matemático del entrevistado relacionados a una práctica social, para comprender mejor estas dos categorías recomendamos la lectura de Aroca (2022b). Pero en términos generales por saber matemático comunitario se entiende como el conocimiento matemático que se da por compartido entre las personas que ejercen una misma práctica social. Estos conocimientos son transversales e histórica y culturalmente se han instalado en la práctica, y son difíciles de refutar entre los mismos sujetos de la práctica; por ejemplo, en los pescadores con cometa de Bocas de Ceniza de Barranquilla, todos los pescadores saben que para medir las tres varillas que conforman una cometa deben emplear su cuarta, jeme y dedos. Todos los pescadores aceptan que entre mayor sea la longitud de las varillas menos debe ser la presión de viento para elevarla por los aires. En cambio, el conocimiento matemático del entrevistado es privado, subjetivo, personal, no necesariamente es compartido por las demás personas que ejercen la misma práctica, de allí la frase “pero él lo hace así, pero yo no”, es la comprensión de la frase que también denominados en muchas ocasiones el sello personal. Así, el pescador 1 puede emplear tres cuartas, un jeme y cuatro dedos para las varillas principales mientras que otro puede emplear menos, y cada uno tendrá su justificación y validez en ello. Recomendamos escanear el código QR, de la figura 11, para ver la video-conferencia hecha por Aroca (2022). La figura 11, muestra lo que hoy en día sería la fase etnográfica. Es un resumen esquemático de una propuesta de lo que debería hacerse en ella si queremos comprender el saber matemático comunitario y el conocimiento matemático del entrevistado.

Figura 11. Modelo de la fase etnográfica del enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas

Fuente: *diseño propio*

Fase educativa

La fase educativa como se expuso en Aroca (2022) es presidida por la fase etnográfica. Dicho autor plantea que:

> Hacer una fase etnográfica como mínimo durante seis meses tiene la ventaja de que el investigador puede conocer la comunidad, la práctica artesanal en muchos de sus procesos, a los artesanos mismos y obtener datos validados por la comunidad artesanal. Sobre estos datos es que se fundamenta en gran medida la fase educativa. Esta es más problemática que la etnográfica, es lo realmente nuevo para el programa de Etnomatemáticas y lo que reta constantemente con situaciones que se convierten en sublíneas de investigación. Muchos de los investigadores etnomatemáticos son educadores matemáticos, están interesados en comprender cómo se puede aportar a la dimensión educativa como propone D'Ambrosio (2006), sobre las dimensiones del programa de Etnomatemáticas, desean comprender cómo pueden contribuir estos resultados a la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo de conocimiento matemático de los alumnos (p. 231).

Recomendamos escanear el código QR de la figura 12, para ver la videoconferencia hecha por Aroca (2022). La figura 12 muestra lo que hoy en día sería la fase educativa. Es un resumen esquemático de una propuesta sobre lo que debería hacerse para que los alumnos logren hacer las conexiones Etnomatemáticas que se esperan en clases de matemáticas.

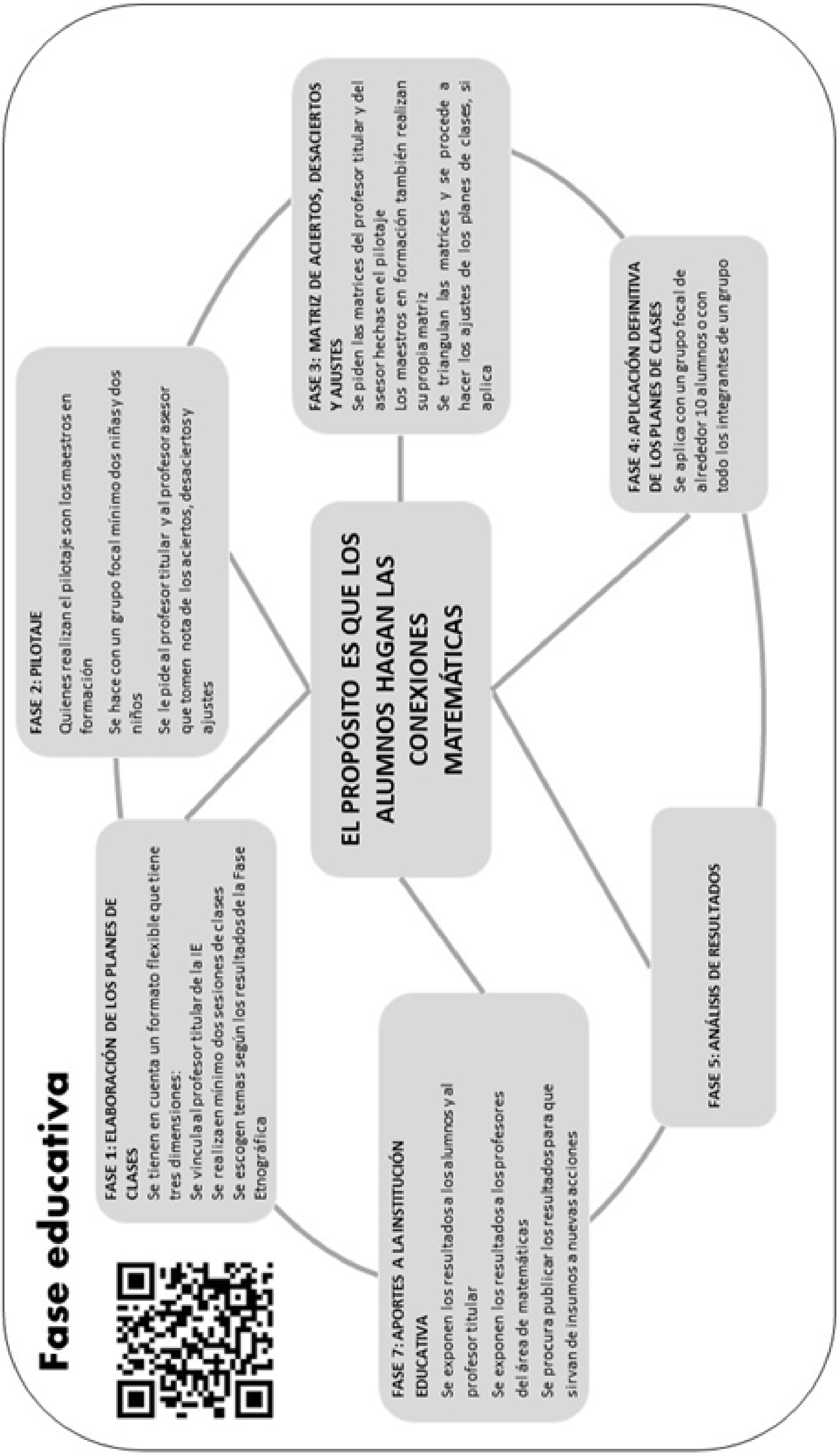


Figura 12. Modelo de la fase etnográfica del enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas

Fuente: *Diseño propio*

No obstante, las investigaciones hechas por Mansilla et al. (2023) y Rodríguez Nieto (2020, 2021) y otros colaboradores, ayudan a comprender mucho más el proceso de conexiones etnomatemáticas. En la fase educativa hemos notado que se presentan dos situaciones, la primera de ella es la que presenta la figura 13, que consiste cuando los sujetos participantes en ambas fases no son los mismos. En estas condiciones las conexiones etnomatemáticas que hará el estudiante son diferentes en contraste cuando el sujeto es el mismo en ambas prácticas, como se representa en la figura 14.

La fase educativa de esta propuesta, de un enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas, no pretende que los alumnos recreen las prácticas artesanales y sus significados tal como se desarrollan en su contexto, lo que pretende es identificar las matemáticas, sus conceptos, valorar las prácticas sociales y ponerlas en un diálogo recíproco de respeto con las matemáticas escolares. En ese diálogo debería emerger el reconocimiento de raíces culturales e históricas locales más representaciones y transformaciones hechas por los alumnos al desarrollar los planes de clases que se soportan en la fase etnográfica; a eso es lo que llamamos conexiones etnomatemáticas. Estas conexiones etnomatemáticas tienen un arraigo muy fuerte entre la práctica que se desarrolla en la fase etnográfica y la práctica que se desarrolla en la fase educativa.

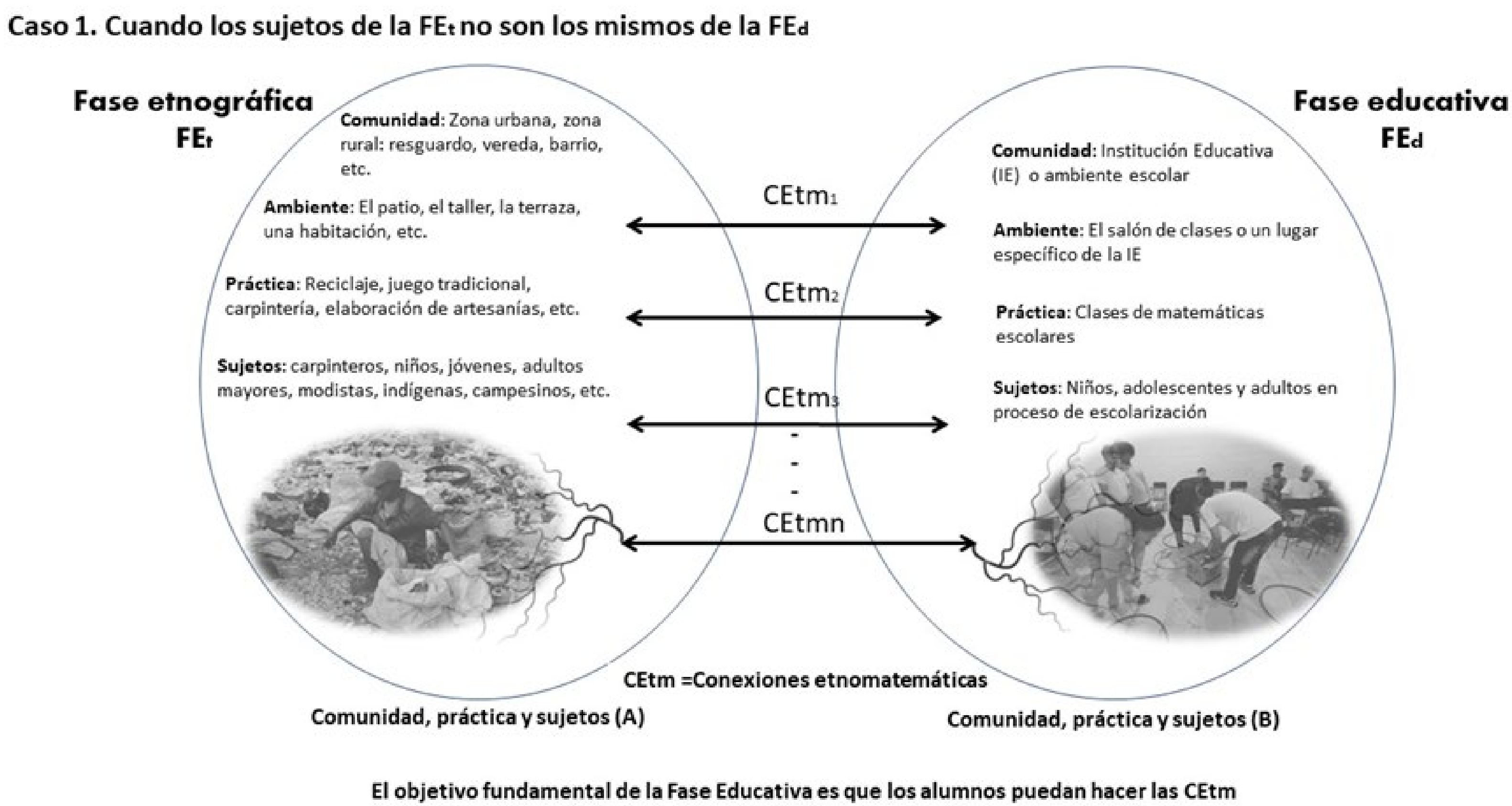


Figura 13. Cuando los sujetos participantes en la fase educativa no son los mismos.

Fuente: *Diseño propio*

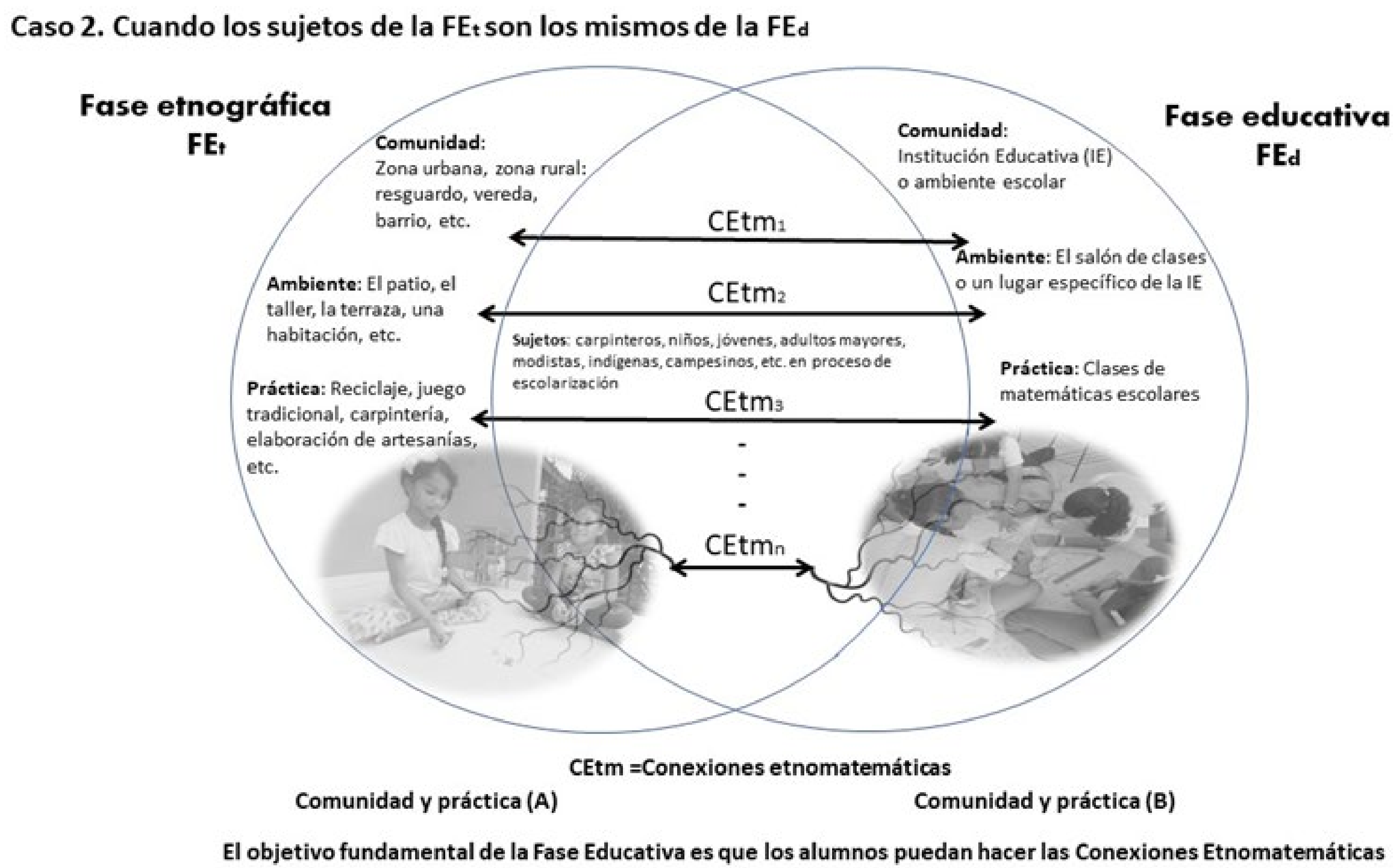


Figura 14. Cuando los sujetos participantes en la fase educativa son los mismos.

Fuente: *Diseño propio*

A continuación se presentarán tres experiencias de aula, producto de proyectos de investigaciones, que se realizaron en el año 2023, que fueron desarrollados en el marco de lo que hoy denominamos el enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas.

La estructura que tendrá la presentación de estas experiencias de aula será la siguiente:

Una descripción general de la práctica social.

El formato de clases en el marco del diálogo y el respeto.

Las actividades desarrolladas.

Algunas imágenes de la aplicación de los planes de clases.

CAPÍTULO 2. MENUDEANDO O "PORCIONANDO": DEL PEDACITO DE QUESO EN TIENDAS DE BARRIOS A LA COMPRENSIÓN DE FRACCIONES EN UN AMBIENTE ESCOLAR[1]

La investigación que se presenta surge por las dificultades de estudiantes cuando realizan actividades relacionadas con las fracciones, que en la mayoría de las veces son derivadas de una falta de comprensión conceptual de esta noción. Se expone así una alternativa de orientación de la clase a partir de un enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas basada en la propuesta de Aroca (2022).

El enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas: De las prácticas cotidianas al aula de matemáticas

Según Aroca (2022), la fase etnográfica es el momento en el cual se pretende describir los saberes matemáticos comunitarios y los conocimientos matemáticos personales que están vinculados a prácticas sociales. En esta fase

1 Este capítulo se publicó en la revista Tecné, Episteme y Didaxis: TED, cuyos autores son: José Luis Pérez Ortiz, Linda Tatiana Díaz García y Armando Aroca Araújo. Esta investigación se realizó en el Semillero de Investigación Diversidad Matemática de la Universidad del Atlántico. La referencia completa es: Pérez-Ortiz, J., Díaz-García, L. y Aroca-Araujo, A. (2024). Menudeando o porcionando: del pedacito de queso a la comprensión de fracciones. Tecné, Episteme y Didaxis: ted, (56), 114 - 134. https://doi.org/10.17227/ted.num56-18552. En este artículo se presentan más detalles de los aquí expuestos.

etnográfica la actividad analizada fue la venta de quesos en tiendas de barrios. También se tuvo el propósito de comprender la realidad de los sujetos investigados. Con respecto a esta práctica, Rodríguez et al., (2022) afirman que en las prácticas de venta del queso existen diversas actividades matemáticas, en las que se incluye el sistema de medidas de kilo, medio kilo, un cuarto de kilo, cuyas medidas son usadas y conocidas por profesores de matemáticas y a partir de cierto rango de edad por estudiantes. En esta investigación se pudo hacer una clasificación más detallada del sistema de medida y se problematizaron los resultados en un ambiente de aprendizaje.

Posteriormente se realiza una segunda etapa, llamada fase educativa. Para este caso, se diseñaron planes de clases que enriquecen el pensamiento numérico de los estudiantes, vinculando la actividad de los tenderos, con el proceso de comprensión de las fracciones. Con ello se mostró a los estudiantes la importancia y la aplicabilidad de los conceptos matemáticos en un contexto conocido para ellos, pues, en esas condiciones, los alumnos pueden construir procesos de razonamiento y crear autoconfianza y, por tanto, generar actitudes positivas hacia la propia capacidad de resolución de problemas (Llinares, 2013).

Las tiendas de barrio y las fracciones en el menudeo del queso

Las tiendas de barrio muestran el trasfondo cultural que devela su carácter auténticamente social y son inseparables de su comunidad, de su vecindario, pues refuerzan su identidad (Páramo, 2009). En cada barrio de la ciudad de Barranquilla no faltan las tiendas, las cuales son muy visitadas en todo el transcurso del día por las personas, quienes en muchas ocasiones, compran allí por la cercanía a la residencia y adquieren pequeñas cantidades por diversas razones (capacidad adquisitiva, bajos costos, suministro diario); también las frecuentan para departir con amigos (Páez y Pérez, 2005). Es común que los niños, a partir de cierto rango de edad, frecuenten tiendas de barrio debido a la cercanía a su residencia, pues sus padres empiezan a darles ciertas responsabilidades y entre ellas está ir a la tienda a "hacer el manda'o" (ir de compras). Por lo general, dentro de esos productos hay varios que son "porcionados", fraccionados o menudeados, por ejemplo, aceite, azúcar, arroz, yuca, queso, etc.

De acuerdo con Acevedo (2008, como se citó en Bossa, 2012), el significado de menudeo es la acción de conseguir cantidades muy pequeñas de diferentes productos cuya unidad de empaque original es muy costosa o excesiva en tamaño, dada la periodicidad de ingresos, para cierto segmento de consumidores, (como por ejemplo: media libra de queso, un cuarto de panela, medio cuarto de aceite, tres cuartos (doce onzas) de arroz o azúcar, media ahuyama, entre otros casos), siendo la venta del queso uno de los productos que más menudeo tiene. Esta interacción entre cliente, tendero y menudeo de productos, proporcionan una despensa de experiencias que bien se pueden problematizar en clases de matemáticas.

Las fracciones y la realidad

Las fracciones es uno de los temas fundamentales en los planes de clases de la aritmética y se consideran esenciales para acceder al plan de estudios de matemáticas de secundaria, en particular en los dominios de medida, álgebra, geometría y probabilidad; por ello, las fracciones son una base fundamental para entender los procedimientos y conceptos de otras asignaturas que necesitan de ellas. Fandiño (2009), Rodríguez-Pérez (2019), Tsung-Lung y Hui-Chuan (2016), Llinares (2013) y Lewis (2016), han llegado a la conclusión que la comprensión de las fracciones por parte de los estudiantes se basa en sus experiencias con la partición (dividir un todo en partes iguales), es decir, en la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes. Ávila (2006) identifica una relación entre una parte y un todo, es decir, relaciones entre medios, cuartos y medios cuartos, con una unidad de referencia: el kilo y la libra, la arroba, el litro, etc.

Adicionalmente se conoce que el elemento común en el que se originan las dificultades del entendimiento y comprensión del significado de las fracciones, tanto de los estudiantes como en los docentes, radica en el desconocimiento u olvido involuntario de la existencia de diversos significados (como por ejemplo: parte todo, cociente, representación, razón, operador, porcentaje, número racional, punto de una recta orientada, medida, decimales), mencionados por Arenas-Peñaloza y Rodríguez-Vásquez (2020).

López (2018) y Kieren (1988) encontraron que el contenido matemático, específicamente las fracciones que se le está enseñando a los estudiantes, no es el apropiado para este mundo tan globalizado donde se aprende con los mismos parámetros que se les enseñó a nuestros abuelos hace muchos años; la noción de fracción se debe enfocar en contextos reales. Cortina (2014) confirma que el aprendizaje de las fracciones se fundamenta en identificar las nociones matemáticas que los alumnos han desarrollado como resultado de las experiencias escolares y extraescolares previas, dado que las experiencias son esenciales para vincular el concepto matemático del significado de las fracciones.

La presente investigación, enmarcada dentro del enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas, se desarrolló desde un enfoque cualitativo y estuvo conformada en dos fases: una etnográfica y otra educativa (Aroca, 2022).

Fase etnográfica

Las personas que participaron en la investigación, todos residentes en la ciudad de Barranquilla, cuyo oficio es ser tenderos de barrios, tienen las siguientes características generales: Jorge, 30 años de experiencia, ubicación de su tienda en el barrio la Luz; Chechy, 35 años de experiencia, ubicación de sus tienda en el barrio Costa Hermosa; Nubia, 11 años de experiencia, y Antonio, ocho años de experiencia, la ubicación de las tiendas de los dos tenderos anteriores están en el barrio 7 de Abril.

Para llevar a cabo la fase etnográfica se procedió a visitar a los tenderos seleccionados en su lugar de trabajo; allí se realizaron cuatro trabajos de campo (uno con cada tendero). Las principales preguntas de la entrevista fueron: ¿Cómo aprendió el oficio de tendero?, ¿cuántos son sus años de experiencia?, ¿cómo realiza el proceso de partición y menudeo del queso para su venta? En el último trabajo de campo se entrevistó a un tendero con un "queso redondo" (base circular), a diferencia de los tres primeros entrevistados el queso que vendían era "cuadrado" (base cuadrada). Para lograr el análisis de las entrevistas de los tenderos del barrio se utilizó lo propuesto por Braun y Clarke (2006); específicamente, se utilizaron sus etapas para el análisis de la información recolectada. En la primera etapa (Familiarización con los datos), se transcribió a texto la grabación de las entrevistas, registradas en un teléfono celular, utilizando una planilla de OneNote. Luego, en la segunda etapa (Generación inicial de códigos), identificamos palabras o frases (códigos) que permitieran agrupar palabras claves mencionadas por los entrevistados, resaltándolos con colores distintos. En la tercera etapa (Búsqueda de temas) se realizó una triangulación sobre expresiones o palabras usadas por los comerciantes al momento de cortar el queso en las entrevistas y algunas nociones de fracciones. Así, por ejemplo, las palabras "menudear", "calcular", "dividir", "porcionar", entre otras, fueron asociadas a la categoría "representación de fracciones" y agrupadas en esta. Luego, en la cuarta etapa (Revisión de temas), se identificaron los saberes y conocimientos matemáticos que están presentes en la venta del queso.

Fase educativa

La fase educativa es el momento en el que se problematizan los resultados de la fase etnografía con grupos focales o en un aula de matemáticas, con el propósito de lograr una enseñanza paralela y comparativa entre el saber matemático comunitario y conocimientos matemáticos personales estudiados en la fase etnográfica y el saber escolar que se enseña en clases de matemáticas. En la fase educativa no se trata de que los alumnos aprendan a vender queso; se trata de valorar el saber y conocimientos matemáticos vinculados a tal actividad y de comprender las conexiones que ellos hacen con el saber matemático escolar. Esto les da a las matemáticas escolares un componente cultural y una relación con prácticas del contexto sociocultural de la institución educativa, pues se valoran las raíces culturales e históricas, como planteó D'Ambrosio (2002).

En la fase educativa se buscaron conexiones entre el saber escolar referido a fracciones, los significados de fracción de los estudiantes y los significados de tenderos sobre: partir, fraccionar, fragmentar, dividir, porcionar, menudear y cortar el queso. Los estudiantes, ambos de 12 años, que participaron en la fase educativa y que cursaban grado sexto, fueron: Yuli y Víctor Daniel, ambos estudiantes de instituciones educativas públicas.

Resultados de la fase etnográfica

A continuación, se realizará una descripción del lenguaje, procedimientos y técnicas matemáticas de los tenderos, evidenciados en la práctica del menudeo del queso en tiendas de barrio, y cómo a partir de lo encontrado se llevó a cabo una enseñanza paralela y comparativa de lo que se entiende por el significado o representación de fracciones, en sus interpretaciones como parte-todo, como medida y como operador.

El lenguaje matemático artesanal

Durante la entrevista realizada se observó un lenguaje propio de los tenderos en su práctica (como por ejemplo: menudeo, división, corte, porcionar y partición), siendo este una representación del saber matemático comunitario, es decir, lo matemático que se da por compartido entre los tenderos. Las técnicas que emplea cada uno, las cuales no hacen parte del saber matemático comunitario, se considera conocimiento matemático, es decir, lo propio de cada persona. Lo que se evidenció sobre el saber matemático comunitario, hace referencia al proceso o acción de convertir pedazos de queso en porciones más pequeñas para su venta, mientras que trozo, pedazo, recortes y porción es el resultado de realizar la acción. La palabra "acomodo" hace alusión a la ubicación estratégica de los trozos de quesos en la vitrina; regularmente tiene implícitos procesos de suma y resta de porciones. Luego de identificar las expresiones o palabras empleadas por los tenderos del barrio al momento de menudear el queso para su venta, se vincularon a los conceptos matemáticos representados en las fracciones; en este caso las nociones y representaciones de: parte de un todo (dividir el queso en porciones, es decir, de una libra de queso se pueden obtener una porción de media libra y dos porciones de cuatro onzas); una medida (cada porción de queso resultante de la división de un todo tiene un peso expresado en fracciones); y un operador (multiplicación de fracciones para hallar el valor numérico de cada porción de queso).

Además, los tenderos manejan varias formas de queso a los cuales denominan queso cuadrado, queso rectangular y queso redondo, como se puede ver en la Figura 15.

Figura 15. Los tres tipos de formas del queso (1): Cuadrado. (2): Rectangular. (3): Redondo.
Fuente: *elaboración propia.*

Proceso y técnicas del menudeo del queso

Al momento de partir cada tipo de queso se evidenció la forma de partición (corte) del queso, en la que se procede a hacer unas líneas imaginarias (semi cortes), dos diagonales partiendo desde cada esquina y una horizontal o vertical dependiendo la ubicación del queso, esto con el fin de establecer cuál es la mitad del bloque de queso. En esta técnica el tendero usa una línea vertical como guía y con la ayuda del cuchillo corta o divide el bloque de queso en dos pedazos semejantes, y así sucesivamente (ver Figura 18).

Figura 16. Proceso y técnicas de partición del queso.
Fuente: *elaboración de los autores.*

Porciones resultantes de la división del queso

Los cortes de queso, en el bloque, que más realizan los tenderos son los primeros cuatro que marcan las guías para los siguientes cortes, es decir, en promedio un bloque de queso tiene 34 libras (17 kilos) y este se corta en cuatro partes iguales, o sea, cada 1/4 del bloque tiene aproximadamente 8 libras (4 kilos) y al repetir el proceso nuevamente, se obtiene que cada uno de los trozos resultantes tiene 2 libras (1 kilo), y de un pedazo de estos se pueden obtener los siguientes cortes: una libra, 1/2 de libra, 1/4 de libra, cuatro onzas (oz), 12 onzas = 3/4 de libra. La Figura 17 ilustra esta última parte del proceso.

Figura 17. Formas en que se pueden dividir una libra de queso

Fuente: *elaboración propia.*

Del mismo modo, se utiliza la suma o resta de estos pedazos o porciones del queso, para despachar la cantidad que los clientes desean; si un cliente desea doce onzas de queso (3/4 de libra) se puede proceder así: 1/4 de libra (cuatro onzas) más 1/2 libra, que sumarían doce onzas. Incluso se puede vender hasta la mitad de cuatro onzas y en algunos casos la mitad de estas, es decir, dos onzas; de este modo se puede evidenciar la fracción como una representación de medida. Como lo afirma Ávila (2006), implica que existe una relación entre una parte y un todo, es decir, relaciones entre medios y cuartos con una unidad de referencia: el kilo o la libra; así, al operar las fracciones se pueden realizar sumas, restas, divisiones y multiplicaciones.

Por otra parte, las porciones más pequeñas se van añadiendo a otras porciones restantes, para calcular así el peso solicitado por el comprador, como se evidencia en la Figura 18.

Figura 18. Proceso de acomodo de fracciones para el cálculo del valor numérico o aproximación al precio.

Fuente: *elaboración propia.*

Resultados de la fase educativa

Teniendo en cuenta lo observado durante el proceso de la partición y menudeo del queso, se procede al diseño de planes de clases, con el objetivo de problematizar lo encontrado en la fase etnográfica.

Para la realización de esta fase educativa se procedió a realizar un pilotaje de los planes de clases con dos estudiantes de sexto grado, teniendo en cuenta las matemáticas encontradas en la fase etnográfica y lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia MEN (2006), donde se expresa la necesidad de lograr explicar las matemáticas a través del entorno de los estudiantes:

> … se hace necesario comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares (p. 47).

Este pilotaje se desarrolló bajo la temática de las fracciones cuyos propósitos de aprendizaje están establecidos en los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) del MEN (2016): "proponer y utilizar diferentes procedimientos para realizar operaciones con números enteros y racionales; y justificar diferentes estrategias para resolver problemas con números enteros, racionales (en sus representaciones de fracción) en contextos escolares y extraescolares". (p. 45).

Los resultados del pilotaje arrojaron datos que permitieron mejorar dichos planes de clases por medio de la matriz de Aciertos, desaciertos y ajustes, propuesta en Aroca (2022).

El plan de clases estuvo estructurado en cuatro momentos de acciones para las distintas prácticas pedagógicas: exploración, estructuración, práctica escrita y valoración, los cuales se detallarán a continuación.

Momento de exploración

En este momento se exploran los conocimientos previos sobre el objeto de estudio, es decir, este momento le permite al profesor tener un diagnóstico de los conocimientos de sus estudiantes sobre el tema de investigación. Para ello, se tiene en cuenta lo planteado por el MEN (1998) en los Lineamientos Curriculares. Dado que al explorar la realidad de los estudiantes es más fácil “comprender el significado y construir modelos que buscan explicar fragmentos de la realidad a partir de una interacción permanente con el objeto de que se está estudiando” (p. 97).

Para lograr lo anterior, se preguntó qué comprensión tienen sobre las fracciones y sus operaciones como suma, resta, multiplicación y división. Luego se proyectó un video que mostró en gran parte la fase etnográfica (ver Figura 19). Posteriormente, se preguntó sobre aspectos generales de la venta menudeada del queso.

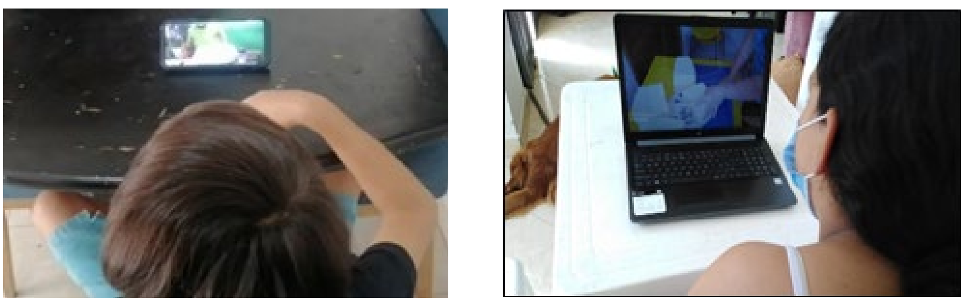


Figura 19. Momento de exploración. Los estudiantes observan el video del proceso de división del queso.
Fuente: *elaboración propia.*

Luego cada alumno describe la matemática involucrada en los procesos observados, mencionando algunas formas de fraccionar o partir el queso;

también expresaron conceptos sobre fracciones. Así mismo, a través de entrevistas, uno de los estudiantes responde a la pregunta ¿En el proceso del menudeo del queso se involucran las fracciones?: "Sí, cuando los tenderos están menudeando el queso vi que decían media libra, cuatro onzas, una libra y la mitad, cosas que se parecen a lo que vimos en la clase de matemáticas y que cada pedacito de queso tiene un peso y un precio (valor a pagar), si es grande o pequeño".

Además, los estudiantes tenían conocimientos sobre las fracciones y estos se relacionaron con los videos educativos presentados. También se explicó de manera general algunas representaciones de las fracciones (como parte de un todo, como una medida y como operadores), para luego ser analizados con más detalles en el momento de exploración. Los datos de esta investigación bien pueden ser interpretados por otros tipos de representaciones de fracciones, como porcentaje, decimal, etc.

Momento de estructuración

En este momento se realiza una conceptualización, enseñanza explícita y modelación con relación al objetivo de aprendizaje; es decir, se realiza un análisis sobre las interpretaciones mencionadas en el momento anterior, para luego realizar una actividad práctica con la finalidad de generar una enseñanza paralela y comparativa sobre las fracciones.

En palabras de Kieren (1988), en la construcción del número racional, las imágenes en el sentido físico, pictórico o mental tienen un papel muy relevante. La idea de mitad, por ejemplo, está asociada a imágenes de cortar, de simetría e incluso de calcular numéricamente la mitad, para la construcción de la representación del significado del número racional o cantidades expresadas en fracciones. Así es necesario contar con imágenes mentales asociadas a algo físico (tangible). Tiene ello un papel potencial al momento de crear estructuras de conocimientos. Un ejemplo claro se encuentra vinculado a las imágenes de cortar y calcular numéricamente la mitad de algo. Es por esta razón que con el propósito de que los estudiantes construyeran significados de las fracciones, se realizó la actividad 1, ¡Las manos en el queso y el peso en la vista! en la que el estudiante tuvo a su disposición un bloque mediano de queso, que fue pesado previamente. Luego se le pidió a la estudiante que partiera el queso en cuatro partes “iguales” y empleó la técnica de los tenderos. Inmediatamente hizo una estimación de cuánto pesaba cada uno de los cuatro trozos resultantes; luego realizó este mismo proceso con uno de los cuatro pedazos que obtuvo del corte anterior, es decir, una de las cuatro partes del bloque de queso original lo fraccionó también en cuatro partes “iguales” (ver Figura 20).

			
Se presenta un bloque de queso de cuatro libras a la estudiante para que lo fraccione en cuatro trozos iguales.	Ubica con una línea imaginaria la mitad del bloque y corta con un cuchillo.	Hace un corte vertical y logra partirlo.	Luego de dividir el queso en dos porciones iguales, la estudiante entiende que cada una pesa dos libras y realiza el mismo proceso, pero esta vez para dividirlo en cuatro pedazos
			
Estima que cada pedazo pesa una libra.	Al tomar una fracción de las cuatro resultantes, observa que, si toma una de ellas, esta hace referencia a un cuarto del bloque, que representa una libra.	Luego procede a partir el bloque de una libra en dos partes y se da cuenta que cada una de ellas pesaría media libra	La estudiante entiende que si parte a la mitad una de las dos medias libras, obtendrá ¼ de libra (cuatro onzas) y es así cuando observa, que, si une tres porciones de ¼ de libra, tendrá ¾ de libra (doce onzas), aplica la suma de fracciones.

Figura 20. Estimación del estudiante 1 sobre el peso de fracciones de un bloque de queso

Fuente: *elaboración propia. Trabajo de campo.*

Al estudiante 2 se le presentó un bloque mediano de tres kilos, se le pidió fraccionar el bloque de queso en dos porciones “iguales” y que dividiera uno de ellos en cuatro pedazos “iguales”. Luego se le pidió que estableciera cuál operación matemática podría realizar para obtener como resultado el total del peso del queso, (ver Figura 21).

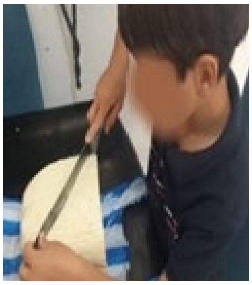
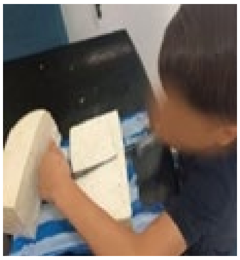
 Al segundo estudiante se le suministra un bloque de queso de 6 libras; él procede a realizar las diagonales imaginarias que observó en el video para luego cortar.	 Observa dónde se cruzan las diagonales imaginarias, traza una especie de bisectriz de los ángulos imaginarios y corta el queso por allí.	 Corta parejo en forma vertical realizando algo de fuerza hasta obtener dos fracciones	 Afirma que como se dividieron las 6 libras en dos partes, cada una de ellas tiene un peso de 3 libras.
 Afirma que como se dividieron las 3 libras en dos partes iguales, cada una debería pesar libra y media, es decir, 1 libra más ½ libra, 3/2 de libra.	 Toma una de las fracciones de libra y media del queso, nuevamente la corta por la mitad, y ahora cada una tiene aproximadamente cuatro onzas (1/4) más media libra (1/2) es decir doce onzas (3/4)	 Analiza que cada una de las fracciones equivalen a 3/4 y al sumar todo, da como resultado 3 libras, que equivale a la mitad del bloque entero.	 Si se juntan todos los fragmentos del queso, dan como resultado el total del bloque, es decir, ¾ + ¾ + ¾ + ¾ +3 esto dará como resultado 6 libras o 3 kilos.

Figura 21. Estimación del estudiante 2 calculando cuánto pesan las fracciones de queso

Fuente: *elaboración propia. Trabajo de campo.*

Luego se les preguntó a los estudiantes qué opinaban sobre las fracciones y cómo estas se encuentran relacionadas con su diario vivir. Uno de ellos respondió que cuando sus padres los enviaban a la tienda a realizar un mandao, especialmente cuando iban a comprar queso, no imaginaban, que al pedir media libra de queso o 1/4 de libra, el tendero debía realizar este tipo de cálculos. La actividad realizada llevó a los estudiantes a cambiar la perspectiva de que solo en la escuela se encuentran las matemáticas; advirtieron que es posible encontrar matemáticas fuera del salón de clases en un contexto distinto al aula y en situaciones muy cotidianas.

Momento de práctica escrita

Para seguir avanzando en la comprensión de las fracciones por parte de los estudiantes, se presentaron algunas situaciones problemas (ver Figuras 22 y 23) en las cuales ellos asumían el papel de un tendero en su cotidianidad y debían responder cómo solucionarían estas situaciones.

Al realizar actividades escritas sobre las representaciones de las fracciones de los estudiantes, se evidenciaron dos tipos de soluciones con predominio de la solución numérica, en las que el primer estudiante usó solo la parte numérica, mientras que el segundo estudiante mezcló el método numérico y el método gráfico. Ríos-Cuesta (2021) afirma que los estudiantes se mueven entre las dos representaciones para resolver problemas con fracciones, es decir, una de ella es de forma gráfica y la otra de manera numérica.

El estudiante 1 (E1) reconoció las fracciones en su forma numérica, es decir, como un cociente a/b el cual es definido por Fandiño (2009) como: dada una unidad, dividirla en b partes (iguales, congruentes, que puedan sobreponerse, consideradas en últimas intercambiables) y tomar a. El estudiante realizó una suma de fracciones homogéneas y heterogéneas, entendiendo el significado de unir dos partes y formar así parte de un todo, además comprendió que las fracciones se pueden expresar como una suma de medidas. Por otro lado, el estudiante 2 (E2) realiza la suma de dos fracciones y comprende que sumar dos fracciones significaba unir partes de un todo, recordando lo realizado en la práctica del menudeo del queso. Se observa que E2 comprende la representación de fracciones como una medida y como operador ya que, al ser una parte de un todo, cada parte tiene una unidad numérica expresada como un fraccionario, como se puede ver en la Figura 22.

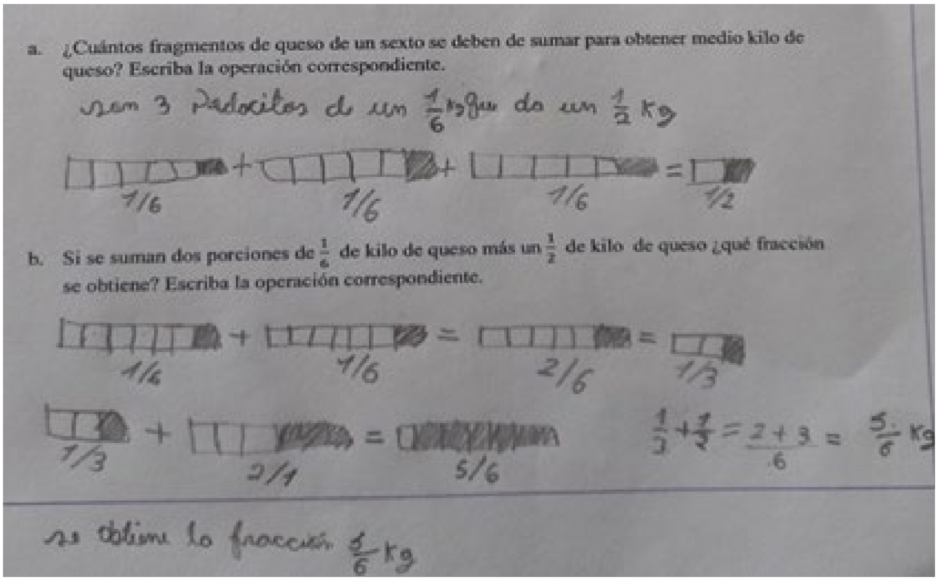


Figura 22. Respuesta de los estudiantes 1 y 2 a los problemas de suma

Fuente: *Elaboración propia. Trabajo de campo*

También se incluyó un apartado de suma de fracciones, pero para dar solución se necesitaba de otras operaciones además de la suma y de la argumentación sobre el significado de las fracciones al referirse de una parte de un todo. Al respecto se observó lo siguiente:

E1 comprende que las partes de un todo representadas en una libra de queso pueden ser divididas en varias porciones, como en cuatro partes iguales, cuatro porciones de cuatro onzas; también en dos partes iguales, es decir, cada una con media libra. Además, sabe que, al dividir el valor de una libra de queso en dos, es equivalente a la mitad, tanto como medida y precio del queso, también al sumar porciones distintas, por ejemplo, media libra y cuatro onzas de libra, dan como resultado doce onzas, es decir, una representación de las fracciones como 1/2 de libra más 1/4 de libra genera 3/4 de libra.

Del mismo modo E2 responde de dos formas, con un proceso numérico y otro proceso gráfico, esto para comparar si de ambas maneras le daba el mismo resultado. Comprende que al sumar las partes en las que se dividió el queso puede formar la representación de un todo, es decir, sumando 1/4 de libra (cuatro onzas) dos veces forman 1/2 de libra (media libra) y al sumar dos porciones de media libra, forman el todo, o sea una libra, ver Figura 23.

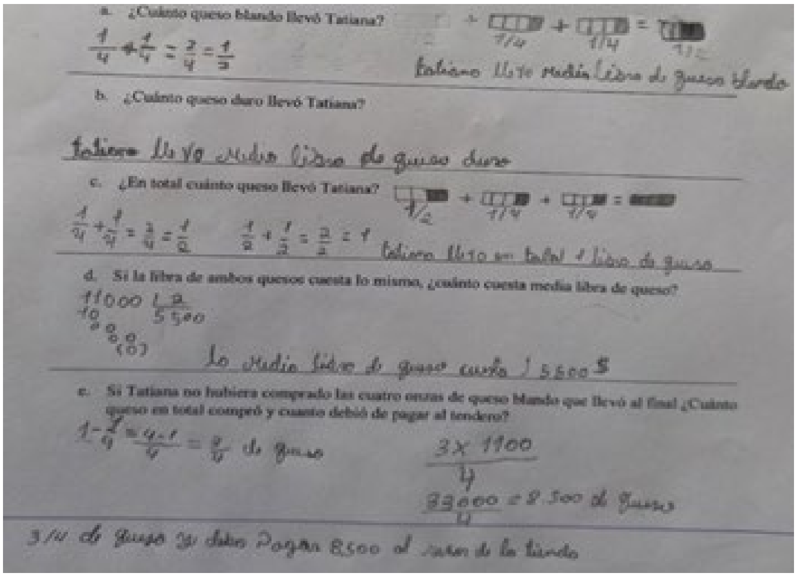


Figura 23. Respuesta de los estudiantes 1 y 2 a los problemas de suma combinada
Fuente: *elaboración propia.*

El examen escrito también incluía temas de sustracción, multiplicación y división de fracciones; los estudiantes respondieron sin errores, ver Figura 24.

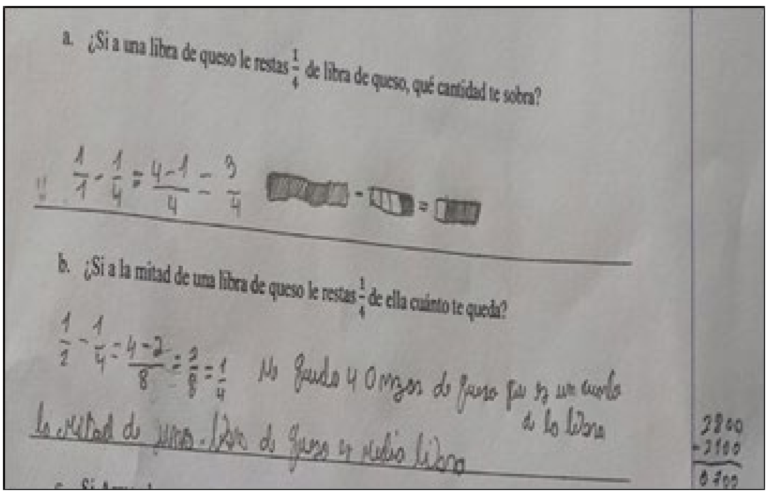
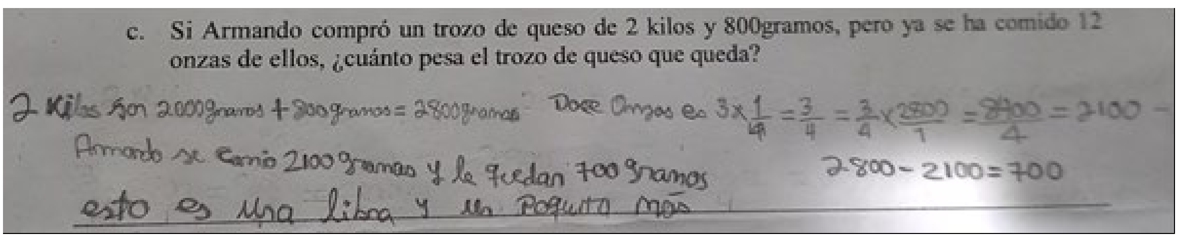


Figura 24. Respuesta de los estudiantes 1 y 2 a los problemas de resta de fracciones
Fuente: *Elaboración propia.*

En todos los casos que se presentaron sumas de fracciones, E1 y E2 resolvieron las actividades, pero al presentarse una resta, una multiplicación o una división se evidenciaron dificultades. Al respecto, Llinares y Sánchez (1997), afirmaron que la necesidad de manejar con soltura las fracciones en la vida ordinaria se limita a las mitades, tercios, cuartos, doceavos, … la resta de fracciones se presenta raramente … la división no aparece casi nunca. Es por esta razón que se realizan actividades escritas en las que se incluyeron actividades con las operaciones mencionadas anteriormente. Debido a lo anterior, al momento en que E1 realizó la resta de fracciones, este ejecuta la operación entendiendo que al realizarla le está quitando 1/4 (cuatro onzas) de la libra de queso, apoyándose en uno de los videos educativos sobre el menudeo del queso. Mientras que E2 comprende que quitarle o restarle algo a un todo (en este caso, a una libra de queso) significa dividir esa parte de un todo y obtener una parte más pequeña, que fue lo que realizó en las operaciones. El estudiante procedió a restar 1/4 de libra de queso, que equivale a quitar una de las cuatro partes del todo y ello se evidencia al realizar una representación, además de realizar el procedimiento de resta de fracciones homogéneas; así mismo concluye y da respuestas a las preguntas, en las que afirma que la mitad de una libra es 1/2 de libra y la mitad de esta es 1/4 de libra (cuatro onzas).

Al realizar multiplicaciones de fracciones, los alumnos logran comprender las fracciones como una medida y como operador, dado que al multiplicar el valor del producto (el queso) se logra conocer tanto el peso como del valor correspondiente en dinero, (ver Figura 25).


c. Si Armando compró un trozo de queso de 2 kilos y 800gramos, pero ya se ha comido 12 onzas de ellos, ¿cuánto pesa el trozo de queso que queda?

2 Kilos son 2000gramos + 800gramos = 2800gramos Doce Onzas es $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{2800}{1} = \frac{8400}{4} = 2100$ -

Armando se comió 2100 gramos y le quedan 700 gramos $2800 - 2100 = 700$

esto es una libra y un poquito más

Figura 25. Respuesta de los estudiantes 1 y 2 a los problemas de multiplicación de fracciones
Fuente: *elaboración propia.*

El estudiante realiza una suma total de los gramos, luego identifica que media libra (1/2) más cuatro onzas (1/4) suman doce onzas (3/4) de queso; con estos datos realiza una multiplicación de fracciones para determinar la cantidad de queso, en gramos, que se comió Armando; luego procede a restar esa cantidad a la suma de los gramos que encontró inicialmente, para determinar así los gramos que quedan del queso. El estudiante realiza la operación con multiplicación de fracciones, ejecutando primero una suma total de los gramos, para luego realizar una multiplicación y determinar los 3/4 de la cantidad de queso que Armando se había comido y restarle a 2800 gr. los 2100 gr. para determinar la cantidad de queso restante, que fueron 700 gr., y aclara que esto es una libra y algo más de queso. En el último punto de la evaluación, los estudiantes aplicaron diversas maneras de solucionar la división (ver Figura 26).

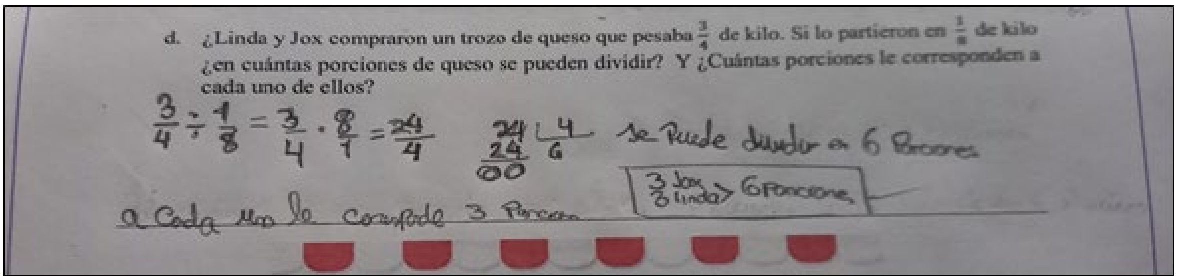


Figura 26. Respuesta de los estudiantes 1 y 2 a los problemas de división de fracciones.
Fuente: *Elaboración propia.*

E1 tiene conocimientos de división de fracciones aplicando la ley de extremos y medios, con la cual obtiene una fracción con un resultado exacto; ello le facilita la división y así mismo hallar la respuesta al problema. E2 realizó el procedimiento de manera distinta a E1, pues utiliza la fracción inversa y luego procede a simplificar o dividir el resultado, para obtener la solución.

Se esperaba que comprendieran el significado de las fracciones como una parte de un todo, como una medida y como operador, vinculándolos con el proceso del menudeo del queso usado por los tenderos del barrio, lo que se evidenció en la realización del examen y en el cambio del discurso. En la actividad realizada por los estudiantes se demuestra lo planteado por Fandiño (2009) y por Llinares y Sánchez (1997) quienes afirman que el proceso de dividir en partes iguales o congruentes un objeto palpable, sería mejor vincularla a una situación real y existente, debido al componente abstracto que él tiene.

Momento de transferencia y valoración

Los estudiantes reconocieron que las actividades fueron muy diferentes a las clases de matemáticas en la escuela y que les había motivado mucho. Se evidenció que los estudiantes respondieron correctamente a las pruebas escritas. Del mismo modo los estudiantes comprendieron que las matemáticas sí pueden existir en un contexto fuera del aula de matemáticas. Se evidenció que los estudiantes aprendieron de una forma diferente; esto se reflejó en la entrevista en dos de sus preguntas: ¿Qué les parecieron las actividades?, ¿qué aportes piensan que le hará a su conocimiento matemático en la vida?

> E1: Bacana, porque no sabía que el señor de la tienda sabía sobre fracciones. Ahora ya sé que cuatro onzas es la mitad de la mitad de la libra; y cuando mi mamá me mande a comprar queso o arroz y guineo verde voy a saber por qué es más poquito y más.

Así mismo, al preguntarle a E2 ¿Dónde más puedes aplicar lo aprendido en el menudeo del queso en tu vida cotidiana? respondió lo siguiente:

> E2: Cuando voy a compartir algo con mi hermanito para sacar la mitad usando las líneas imaginarias y así cortar las cosas por la mitad para ser igualita, así como un pan de quinientos y yo cojo el más grande porque soy más grande y también cuando voy a hacer una arepita para que mi mamá la cocine, una bolita de masa pequeña da una arepa pequeña con queso (el niño trata de decir que por cada porción de masa se agrega queso).

Los resultados obtenidos en esta investigación aportan a otras investigaciones similares al encontrar el significado de algunas interpretaciones de las fracciones en los contextos de parte de un todo, como una medida y como un operador. Llinares (2013) y Tsung-Lung y Hui-Chuan (2016) consideran que dichas interpretaciones pueden ser útiles en la vida cotidiana para entender el mundo que nos rodea. Así mismo, Arenas-Peñaloza y Rodríguez-Vásquez (2020) y Fandiño (2009) afirman que al existir diversas interpretaciones y al no tener un contexto donde aplicarse estas, no es posible entenderse, dado que las matemáticas son mejor aprendidas en un contexto conocido por los estudiantes.

A propósito de la investigación realizada por Rodríguez et al. (2022), se evidenció que dichos autores se centraron en las conexiones matemáticas entre la forma del queso y conceptos o formas geométricos (como el cilindro, círculo, circunferencia, medidas de área, perímetro y volumen), y en procesos de conteo y operaciones aritméticas en la comercialización de los productos que estos involucran.

En el caso de Ávila (2019) se interpretó que para que los estudiantes tengan un aprendizaje real y comprensivo, es necesario construir ideas verdaderas y tangibles en las que el individuo pueda observar y comprender como parte de algo existente, y así lograr construir sus propios conceptos matemáticos, para el caso de las fracciones.

En esta investigación, que es una aplicación del enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas propuesto por Aroca (2022), se presentaron herramientas analíticas, teóricas y metodológicas, para buscar conexiones entre matemáticas de una práctica social y las matemáticas escolares, a través de una enseñanza paralela y comparativa.

Los resultados proporcionaron unos fundamentos sobre el saber matemático comunitario y conocimientos matemáticos empleados en la práctica por tenderos de barrio de la ciudad de Barranquilla, cuando venden por menudeo el queso. En el lenguaje matemático de la práctica se encuentran conceptos como menudeo, porción, porcionando, parte, partición, división, trozo, partiendo. Esas porciones se establecen por medio de medidas visuales o con la báscula como un kilo, medio kilo, una libra, media libra (1/2 l.), cuatro onzas (4 oz.), doce onzas (12 oz.), incluso la mitad de cuatro onzas y en algunos casos la mitad de esta. Estas representaciones numéricas (procedimiento de partición visual y el lenguaje matemático de la práctica) resultaron ser reconocidos por los dos estudiantes que participaron en la investigación. Esa familiaridad facilitó un aprendizaje de los estudiantes sobre algunas representaciones de las fracciones, especialmente, la relación parte-todo. Se apreció que los estudiantes comprendieron de una forma sencilla, práctica y divertida el significado y representaciones de las fracciones, todo esto desde la enseñanza paralela y comparativa de los conocimientos prácticos de los tenderos en la venta por menudeo del queso y los saberes escolares.

CAPÍTULO 3. CONCEPTOS DE CAPACIDAD Y VOLUMEN A PARTIR DE LA VENTA DE BOLLOS DE MAZORCA[2]

APUNTES SOBRE QUÉ ES MEDIR Y MEDICIÓN

Bishop (1999, 2005) describe seis actividades, que con consideradas “universales”: contar, localizar, medir, diseñar, jugar y explicar; en nuestro caso, esta investigación se centra en la actividad de medir, la cual Bishop conceptualiza como “otra actividad universalmente significativa para el desarrollo de las ideas matemáticas. Tiene que ver con comparar, ordenar y asignar valor” (Bishop, 2005, p.48). Así, la actividad de medir es un proceso que se emplea en cualquier lugar por necesidad y que permite asignar valor, determinar un espacio, hacer reparticiones, comparar y relacionar, controlar posesiones o tener control, dimensionar, entre otros aspectos.

La Real Academia de la Lengua Española (RAE, 2014) señala que medir es comparar una cantidad con su respectiva unidad, con el fin de averiguar cuántas veces la segunda está contenida en la primera. De este modo se considera medir como la acción de comparar una cantidad con otra con base a una unidad, tal como lo mencionan Godino, Batanero y Roa (2002) la unidad de medida es la cantidad usada como elemento de comparación reiterada.

2 A partir de este momento hasta la fase etnográfica fue tomado del artículo publicado por integrantes del Semillero de Investigación Diversidad Matemática y su coordinador: Hernández, Aroca y Salas (2022). Medidas de capacidad en una práctica artesanal. Pinar del Río, Barranquilla, Atlántico. Revista Lasallista de Investigación, 19(1), 285-302. La segunda parte, la fase educativa, fue tomada de la monografía realizada por Juan Hernández y María Salas bajo la asesoría del profesor Armando Aroca.

Por su parte Zapata y Cano (2008) afirman que:

> La medición ha estado presente en todos los aspectos sociales de la vida del hombre, desde los orígenes de las civilizaciones hasta la actualidad, donde su uso es indispensable para efectuar todo tipo de actividades comerciales y de la vida cotidiana (p. 1).

Por consiguiente, la actividad de medir es significativa en el desarrollo cultural y el desarrollo de las culturas pues permite la comercialización entre los individuos ayudándolos a la permanencia y trascendencia en el tiempo.

Apuntes sobre medidas de capacidad

Según (Godino et al., 2002) se emplea la palabra capacidad para designar la cualidad de ciertos objetos (recipientes) de poder contener líquidos o materiales sueltos (arena, cereales, etc.). De esta manera se concibe que la capacidad de un recipiente coincide con el volumen del espacio interior delimitado por las paredes del recipiente, y viceversa. Algo distinto es el contenido, que sería una parte o el todo de la capacidad. Calambás (2011) plantea lo siguiente: "…los conceptos de volumen y capacidad no pueden tomarse como sinónimos; que toda capacidad implica un volumen, pero que todo volumen no implica una capacidad" (p. 10). En este sentido, existe relación entre la capacidad y el volumen, pero no son conceptos equivalentes Por otra parte resulta necesario diferenciar la capacidad tanto del volumen como del contenido y la relación existente entre ellos.

Desde este punto de vista el Sistema Internacional (SI), describe la capacidad como el espacio vacío de cualquier cosa como la que se puede llenar otra u otras cosas y el volumen como el espacio que ocupa un cuerpo guardando estrecha relación entre ello. Asimismo, Blanco, Fernández y Oliveras (2017) establecen la capacidad de un recipiente refiriéndose a su volumen interior y que esta podría medirse, por ejemplo, rellenándolo de líquido.

Así, para el caso de esta investigación, la Etnomatemática se interesa por las acciones que se realizan en la actividad de medir y/o estimar la medida de la capacidad en una práctica específica, en nuestro caso, la elaboración artesanal de los bollos de mazorca en la comunidad del barrio Pinar del Río.

Algunas investigaciones relacionadas con medidas de capacidad

Este capitulo es uno de los resultados del Proyecto de Investigación Sistemas de medidas en la elaboración artesanal de bollos (de mazorca, de yuca y limpio). Previamente se han publicado resultados como Rodríguez-Nieto, Aroca y Rodríguez-Vásquez (2019) y se han realizado ponencias como Cantillo, Pupo y Aroca (2019); Salas, Hernández, Torres y Aroca (2019). Varias investigaciones realizadas en torno a sistemas de medidas o medidas de capacidad, en distintas actividades inmersas en una cultura, en el marco del Programa Etnomatemática, han dado a conocer medidas de capacidad volumétricas no convencionales, mostrando como el individuo usa matemáticas por impulso de supervivencia y trascendencia, como respuesta a necesidades cotidianas, siendo diferentes en cada comunidad, grupo, cultura, etc. Esta necesidad de medir ha estado presente desde la antigüedad mostrando características de las medidas de capacidad como las medidas colmadas o a ras, usadas para la comercialización de granos (Castaño, 2015).

Ejemplo de lo anterior se muestra en Calambás (2011), quien lleva a cabo un estudio sobre el concepto de capacidad en niños, realizando a profundidad una descripción de la concepción de capacidad y reconociendo que en la solución de situaciones de la cotidianidad del niño se debe involucrar los conceptos escolares y los socioculturales. Por su parte, Zambrano (2012) señala equivalencias entre medidas de capacidad no convencional y convencional. También Ávila (2014) destaca las unidades de medidas no convencionales para medir la capacidad: “El almud, la lata, el litro (como unidades útiles para medir granos) y la jícara para medir capacidad y/o peso” (p. 29).

Por su parte, Blanco, Fernández y Oliveras (2017), describen medidas de capacidad volumétrica no convencionales, mediante el diseño y la aplicación de una propuesta para la enseñanza de patrones de medida no convencionales de la magnitud capacidad volumétrica, entendida como el volumen interior de un recipiente, en una institución educativa en Tumaco, Colombia. Así mismo, Rodríguez-Nieto, Morales, Muñoz y Navarro (2017), evidencian el empleo de medidas no convencionales como el litro, en la práctica de la venta de maracuyás y cacahuates en el mercado público Baltazar R. Leyva Mancilla de Chilpancingo, Guerrero.

También, en la investigación realizada por Rodríguez-Nieto, Aroca y Rodríguez-Vásquez (2019) se reconocen procesos de medición de un comerciante de bollos de yuca, quien en el desarrollo de la práctica artesanal utiliza unidades de medidas no convencionales y convencionales como la carga, el bulto, el tercio, el lao, balde, tanque, entre otros. Además, Rodríguez-Nieto (2020) destaca las diferentes unidades de medidas empleadas en diferentes prácticas artesanales, dentro de ellas la elaboración del bollo de yuca, en la cual se usan medidas no convencionales como el balde de agua por parte del artesano para llenar una olla y luego cocer los bollos de yuca. Teniendo en cuenta los resultados de las investigaciones anteriores se despierta el interés por conocer las medidas de capacidad no convencionales que se emplean en el proceso de la elaboración del bollo de mazorca en el municipio Barranquilla, en el departamento del Atlántico, Colombia.

Fase etnográfica

Tipo de investigación

Esta investigación está basada en una metodología de tipo cualitativa-descriptiva, con el propósito de conocer los procesos involucrados en una práctica artesanal en un entorno natural, según lo expuesto por Hernández, Fernández y Batista (2014) "la investigación cualitativa se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto" (p. 358). Del mismo modo, los autores señalan que este tipo de investigación se conoce como etnográfica, puesto que se busca describir y analizar las acciones que realizan los individuos en un contexto. Además, este estudio se basa en la observación no participante (Ameigeiras, 2006); con el fin de describir cada uno de los procesos realizados por la artesana y estudiar los elementos matemáticos involucrados en dicha práctica.

Técnicas e instrumentos de recolección de información

Para la recolección de los datos se consideró conveniente utilizar técnicas e instrumentos tales como la observación participante, entrevistas semi estructuradas, revisión documental, discusión en grupo, matriz de análisis y evaluación de experiencias personales basado en lo planteado por Hernández et al. (2014). El registro de cada proceso se hizo mediante cámaras de video, fotografías, notas de campo, entre otros, empleando celulares inteligentes y computador (Arias, 2012). La realización de las entrevistas semiestructuradas se llevó a cabo teniendo en cuenta todos los protocolos de bioseguridad establecidos debido a la pandemia producida por la covid-19.

Contexto y participantes

El presente proceso investigativo tuvo lugar en el barrio Pinar del Río, ubicado al suroccidente en la ciudad de Barranquilla en el departamento del Atlántico; se caracteriza porque sus fundadores fueron un grupo de desplazados por la violencia de distintas partes del país, gente emprendedora, humilde y trabajadora; dentro de los cuales se encontraba la artesana Doris Guerrero de 51 años de edad, quien decide dedicarse a la actividad de elaborar bollos de mazorca ante las pocas oportunidades laborales. Se hace contacto con la artesana gracias al reconocimiento que recibe por parte de los habitantes del sector por la práctica artesanal que realiza, desde sus inicios en el año 2002. En las entrevistas también participó su hija, Adriana, de 13 años que ayuda en la práctica artesanal. Los datos generales de las artesanas se describen a continuación:

Artesana 1: Doris. Estudios de primaria. Edad de 51 años. Experiencia de 19 años en el oficio.

Artesana 2: Adriana. Estudios de secundaria. Edad de 13 años. Ayudante de la artesana 1.

Forma de análisis de la información

Para el análisis de la información se sigue lo descrito por Hernández, Fernández y Batista (2014). En primera instancia se organizaron los datos obtenidos por medio de fotografías, videos y notas de campo, en un archivo según los procesos involucrados en la elaboración del bollo de mazorca. Luego, se transcribieron los videos empleando los signos Val.Es.Co; así mismo, se analizó cada proceso según el orden de recolección resaltando los datos más relevantes organizándolos en categorías; también, se analizaron las secuencias de estos procesos y la relación existente entre ellos. Estos procesos evidenciaron datos matemáticos presentes en los procesos de compra, pelado, repellado, molida y cocción de los bollos de mazorca.

El proceso de elaboración del bollo de mazorca se lleva a cabo en 7 fases, las cuales son: la compra del maíz, el pelado de la mazorca, repellado del maíz, molida del maíz, envoltura del bollo, cocción y venta de los bollos, las cuales se describen a continuación.

Fase 1: Compra del Maíz

Para la compra del maíz, la artesana se dirige hacia el centro de la ciudad de Barranquilla donde obtiene y comercializa los bultos de mazorca para luego trasladarlos hasta su lugar de residencia donde elabora los bollos, así lo describe la artesana cuando se le preguntó dónde compra el maíz.

> §: Lo compro en el mercado/ /Bueno, antes de la pandemia está que estamos viviendo ahora yo compraba ocho o seis bultos hacía cuatro bultos diarios, pero ahora por medio de esto estoy comprando muy poco porque las ventas han bajado bastante ahora mismo estoy comprando tres, cuatro bultos de maíz diario/ /hay bultos que salen grandes que salen de 150, hay bultos que salen pequeños que salen 120, hay de 100 dependiendo no tienen así fijas de cuántas pueden salir.
>
> I: ¿Las mazorcas todas tienen el mismo tamaño o vienen de diferente tamaño?
>
> P: No, vienen de diferentes tamaños, vienen grandes, pequeñas, medianas.
>
> (D. Guerrero, comunicación personal, 1 de junio de 2020).

Con base en la información proporcionada por la artesana, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

* 1 bulto de mazorca grande, tiene capacidad de 150 mazorcas y equivale a 1 saco.
* 1 bulto de mazorca mediano, tiene capacidad de 120 mazorcas y equivale a 1 saco.

* 1 bulto de mazorca pequeño, tiene capacidad de 100 mazorcas y equivale a 1 saco.

Fase 2: Pelado de la mazorca

El proceso del palado de maíz inicia cuando la artesana vacía los dos bultos de mazorca al piso (ver Figura 27a), luego va escogiendo las mazorcas más grandes para sacar las hojas enteras (ver Figura 27b), que luego usará para envolver los bollos. Posteriormente empieza a quitarle la cáscara restante y espeluzar[3] el maíz; además, las mazorcas que no son adecuadas para sacar las hojas enteras se usan para envolver otro tipo de bollos (ver Figura 27c) y otra parte para comida de animales. Este proceso es iniciado por la artesana a las 6:30 a.m. en compañía de dos personas más. Una vez comienza el proceso de pelar el maíz, la artesana selecciona la forma en que quita las hojas. Las primeras hojas se sacan enteras, pues se usarán para envolver los bollos y el resto solo se convierte en cascarón[4], tal como se muestra en la figura 27.

27 a

27 b

27 c

Figura 27. 27a. Dos bultos de mazorca. 27b. Sacado de hoja entera. 27c. Cascarón de la mazorca

Después de pelar las mazorcas se empacan los cascarones en los mismos bultos donde vinieron estas, dichos cascarones luego son vendidos por bultos. Así lo explica la artesana:

I: ¿Qué hace ahí?

3 Quitar el pelo del maíz una vez esta está sin cáscara

4 Se entiende por la cáscara u hojas del maíz que se quitan lo más juntas posibles

P: Ya empacando las hojas de los bollos limpios ya a estas horas se van ahora en la tarde. este sí es el cascarón de los bollos.

I: ¿El bulto tiene el mismo tamaño, tiene diferentes tamaños?

P: No, a veces uno le pone 200 cascarones, pero por ejemplo ya hay unos que no los cuento, sino que vendo por el bulto lo que salga

I: ¿Eso es a lo que usted llama un bulto?

P: Esto se llama un bulto exacto, un bulto de cascarón

I: ¿Para usted qué es la capacidad de un reciente?

P: Capacidad para mí, de un recipiente es la manera de que esta hecho o para que esta hecho; si ponemos un ejemplo (5'') de ese recipiente que es la ponchera donde yo echo el maíz, esa ponchera yo la siento capaz de yo echarle dos bultos de maíz en bruto, ó sea así sin cortar y la siento capacitada para yo echarle cuatro bultos de maíz molido para yo hacer los bollos. Esa es la capacidad que yo le veo a ese recipiente/ /esa ponchera es grande, porque le caben dos bultos de maíz porque yo ya se los he echado ya sé que le caben, entonces hasta ahí sé que ella es capaz, le caben dos bultos de maíz.

I: ¿Para ti qué es medida?

P: Medida es algo que yo entiendo es medida es tener algo cómo medir las cosas.

(D. Guerrero, comunicación personal, 1 de junio de 2020).

La capacidad con base en la cantidad de mazorcas de los bultos de mazorca (tomando como patrón 1 mazorca) depende del tamaño de estas. Por el contrario, cuando la artesana llena el mismo bulto de cascarones (ver Figura 28c) le caben 200 cascarones, es decir, tiene una capacidad de 200 cascarones. Así mismo, la capacidad de dos bultos de mazorcas sin pelar es equivalente a la capacidad de una ponchera y un balde de mazorcas una vez peladas, como se muestra en la figura 28d.

28 a

28 b **28 c** **28 d**

Figura 28. 28a. Bultos de maíz en bruto. 28b. Ponchera grande. 28c. Bulto de cascarón. 28d. Maíz pelado

Se puede notar claramente en la Figura 28d que la capacidad de la ponchera y el balde se exceden su capacidad. La figura 28d nos muestra entonces que a la hora de analizar este tipo de magnitudes se debe tener en cuenta el volumen, la capacidad, el contenido y el exceso de capacidad. El exceso de capacidad fácilmente se puede encontrar en diferentes actividades, oficios o prácticas artesanales, tanto de forma inconsciente o consciente.

También es de resaltar los gestos que se muestran en la figura 29 que utiliza la artesana para explicar qué entiende por capacidad.

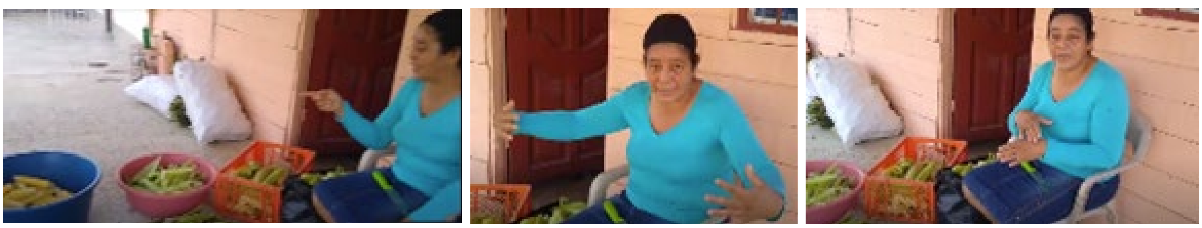


Figura 29. Secuencia de gestos para explicar el concepto de capacidad según la artesana

La artesana expresa la forma de ver los significados matemáticos desde su propia experiencia y corporalidad, expresando patrones de medidas de capacidad no convencionales que estarían en consonancia con lo que se describe a continuación como equivalencias entre capacidades:

* 1 bulto de mazorca = 1 saco de mazorca
* 1 bulto de mazorca = 140 mazorcas
* 2 bultos de mazorca = 1 bulto de cascarón
* 2 bultos de mazorca = 1 ponchera grande + 1 balde grande de maíz pelado
* 1 ponchera grande + 1 balde grande de maíz pelado = 1 ponchera de maíz repellado

Proceso 3: Repellado del maíz

Una vez pelado el maíz la señora Doris procede a repellar[5] el maíz (se corta el maíz de la mazorca para extraer el grano) y desechar la tusa, la cual luego servirá como alimento para los animales. El repellado del maíz inicia aproximadamente a las 8:00 a.m. y es realizado solo por una persona, ya sea por la misma artesana o por uno de sus ayudantes; esto puede durar alrededor de 40 minutos, tal como lo describe la artesana.

> P: Cortarlo o repellarlo como dice uno// cortar el maíz de la tusa, quitarlo de ahí
> I: ¿Cuánta mazorca saca aproximadamente de un bulto?
> P: Este maíz trajo como ciento cuarenta cada uno. Se ve bastante.
> I: ¿Cómo se llama lo que queda cuando repella el maíz?
> P: La tusa
> I: ¿Qué cantidad de maíz obtiene cuando lo repella?
> P: una taza de esta, esta, llena
> (D. Guerrero, comunicación personal, 1 de junio de 2020).

En el proceso de repellado (ver figura 33) es posible observar que la artesana emplea patrones de medidas propias de su actividad para establecer la capacidad de algunos objetos, por ejemplo, ella expresa la capacidad de un bulto según la cantidad de mazorcas o cascarones que le caben. También, la artesana estima la capacidad de la ponchera con base en el maíz repellado que dan dos bultos de mazorca.

5 Se entiende como raspar o cortar los granos de maíz de la tusa.

Figura 30. Secuencia del proceso del repellado del maíz

Así mismo se pueden apreciar comparaciones al estimar la capacidad de un bulto teniendo como base la cantidad de mazorcas que caben en un bulto al usar expresiones como “este maíz trajo como ciento cuarenta cada uno. Se ve bastante”. Dichas comparaciones se describen a continuación como equivalencias entre capacidades:

- 2 bultos de mazorca = 1 ponchera grande de maíz pelado = 1 ponchera mediana de maíz repellado
- 2 bultos de mazorca = 1 ponchera mediana de maíz repellado + 1/2 de bulto de tusa

Proceso 4: Molida del maíz repellado

Mientras la artesana Doris repella el maíz su hija va realizando el proceso de molida, dicho proceso se hace en un molino eléctrico, lo cual la hija de la artesana cataloga como la parte más importante de este proceso pues de allí se obtiene la masa para rellenar los bollos. Es necesario que la masa salga sin afrecho, que no salga entera; para esto, es importante que el tornillo sinfin del molino no esté muy apretado ni muy suelto; el tiempo que se emplea en la molienda de una tasa depende de qué tan seco o biche esté el maíz. Además, la tasa o embudo del molino (ver figura 31a) tiene la misma capacidad de una tasa (ver figura 31b) aunque el número de tasas de maíz molido que se obtienen de un bulto no es un dato conocido por la artesana, como lo explica una de las ayudantes de la artesana en la siguiente nota.

> I: ¿Luego de repellado que hace?
>
> P: Eee prepararlo para después de repellado lo preparo lo hecho en el molino para moler
>
> I: ¿Qué haces hay?
>
> P: Moliendo el maíz para obtener la masa la cual es la que se va a preparar los bollo, es el proceso más importante de hacer los bollos/ /bueno se tiene en cuenta es la cuando sale la masa que salga la masa preparada al punto de que, por ejemplo, no salga entera, no salga con afrecho ósea simplemente que ya salga preparada para hacer los bollos; y si está muy apretado el molino, se suelta para que salga al punto.
>
> I: ¿Qué cantidad de maíz repellado hace esto?
>
> P: Eso hace la cantidad de la taza grande de la taza que trajo ella.
>
> I: ¿De cuál taza? Muéstramela
>
> P: De esta esta cantidad hace la tasa esa.
>
> I: ¿Qué le está echando?
>
> P: Le estoy echando el dulce
>
> I: ¿Qué cantidad le echa?
>
> P: A dos bultos le echo tres libras
>
> I: ¿Que más le echa?
>
> P: La sal
>
> I: ¿Qué cantidad le echa?
>
> P: Hmm// menos de dos, onzas creo
>
> (D. Guerrero, comunicación personal, 1 de junio de 2020).

En el proceso de moler el maíz, la artesana ha podido estimar la capacidad del embudo del molino (ver figura 31a) con respecto a la tasa, es decir, hay equivalencia de 1 tasa por un embudo del molino (ver figura 31b).

31 a

31 b

Figura 31. 31a. Molino de moler el maíz. 31b. Taza de maíz

Es posible evidenciar, en el molido de la mazorca, el empleo de medidas de capacidad no convencionales al momento de estipular la cantidad de la masa obtenida de los bultos; además, la hija de la artesana hace comparaciones entre la capacidad de la tasa y capacidad de la tasa del molino, como se muestra a continuación como equivalencia entre capacidades y/o peso:

* 1 tasa de maíz repellado = 1 taza del molino
* 1 ponchera de maíz repellado = 15 tazas = 15 tazas del molino
* 1 olla de masa = 9 tazas del molino +3 libras de azúcar + 2 onzas de sal
* 1 ponchera de maíz repellado = 1 olla de masa
* 2 bultos de mazorca = 15 tasa de maíz repellado = 1 olla de masa

Proceso 5: Envoltura del bollo

Luego de molido el maíz, la artesana continúa con la envoltura de los bollos; en esta parte del proceso se debe tener cuidado para que el bollo quede en su punto, tanto de dulce como en el espesor de la masa y se obtenga así la cantidad de masa molida que debe llevar. Luego de eso queda armado lo que finalmente llamamos bollo y queda listo para su cocción: así lo describe con sus propias palabras la artesana:

P: Ya meneándola que todo quede con la azúcar y la sal, que no vaya a quedar simple/ para empezar a envolver/ se mide con eso y se envuelve aquí/ esta es la medida para cada bollo.

I: El molde que usa para llenar los bollos es la cuchara.

P: Ese cucharón, ese remillón como le llaman

I: ¿Cuántos bollos aproximadamente salen de esa olla?

P: Bueno, debo de sacar 110. Ya me saqué 10, de ahí debo sacar 110

I: ¿Salieron 129 bollos?

P: Si, 129

(D. Guerrero, comunicación personal, 1 de junio de 2020).

En el proceso de armado o envoltura del bollo la artesana establece la capacidad de cada bollo usando la capacidad de un cucharón, tal como se muestra en la figura 32, además, la capacidad de la olla con base en la del cucharón es 129 cucharones.

Figura 32. Proceso de envoltura del bollo

Al finalizar este proceso, la artesana tiene los bollos envueltos y contados, de lo cual ha sido posible encontrar el empleo de expresiones como la cantidad de masa que contiene un bollo es lo que hace un cucharón, tambien se encontraron equivalencias entre capacidades y/o peso en la envoltura de los bollos como se describen a continuación:

* 1 cucharon = 1 bollo
* 1 bollo = 1 libra
* 1 olla de masa = 129 bollos = 129 cucharones
* 1 olla de masa = 64.5 libras

Proceso 6. Cocción de los bollos

Una vez envueltos los bollos se procede a la cocción, etapa final en la elaboración del bollo de mazorca. Es aquí donde la artesana cuenta agrupando en diferentes cantidades y luego sumando cuidadosamente la cantidad de bollos que le salieron de los dos bultos de maíz y la cantidad de agua que debe echar en la olla (ver figura 33a) que utiliza para tal actividad; dicha olla es colocada varios minutos en la estufa antes de echar los bollos, con mazorcas y cascarones de mazorcas tal como se muestra en la figura 33b, para que al introducir los bollos estos no queden sumergidos en el agua, como lo expresa la artesana:

> I: ¿Esa olla para qué es?
>
> P: Esta olla es donde cocino los bollos
>
> I: ¿Cuántas mazorcas colocó ahí?
>
> P: 36, y ahora esto lo llevo a la estufa y ahora aquí le echo el agua ahora que ya la vaya a hervir le echo agua y la prendo/ le echo 5 potes de estos y ya.
>
> (D. Guerrero, comunicación personal, 1 de junio de 2020).

33 a **33 b** **33 c**

Figura 33. 33a. Olla donde se cocinan los bollos. 33b. Artesana colocando las mazorcas y cáscaras a la olla donde cocina los bollos. 33c. Balde para medir el agua que se le echa a la olla

En la olla de cocinar los bollos la artesana le echa 5 potes o baldes de agua (ver figura 34c) y deja que se caliente el agua, luego empieza a echar los bollos en la olla sin que estos queden sumergidos en el agua como se muestra en la figura 34, luego coloca encima de la olla una bolsa negra que cubre la entrada y los orificios de los lados con el fin que se conserve todo el vapor dentro de la olla, esto permitirá que se cocinen en menor tiempo y de manera uniforme los bollos.

Figura 34. Proceso de cocción de los bollos

Luego que finaliza el proceso de cocción, la artesana dispone los bollos en bolsas, los cuales entrega a vendedores, (los datos etnomatemáticos que emergen por el precio de los bollos como los detalles de la distribución se omiten en este artículo por no considerarlos pertinentes para nuestro objeto de estudio). La capacidad de la olla donde se cuecen los bollos de mazorca ofrece la siguiente información que se presenta como equivalencia entre contenidos:

* El contenido de la olla donde se cuecen los bollos = 129 bollos + 36 mazorcas, una ponchera mediana de cascarones y 5 potes de agua.

En esta investigación fue posible evidenciar el uso de medidas de capacidad, las cuales están inmersas en la elaboración del bollo de mazorca y que aportan a la educación matemática teniendo en cuenta el contexto sociocultural de los estudiantes; esta es una actividad que podemos encontrar fácilmente en muchos barrios de la ciudad de Barranquilla. Se resalta la existencia de investigaciones que de modo similar muestran el empleo de procesos etnográficos en prácticas artesanales que involucran el uso de medidas de capacidad, ejemplo de ellos se observa en Ávila (2014) quien describe algunas formas de medición, entre los cuales se destaca el almud, la lata, el litro, como unidades útiles para medir granos y la jícara para medir capacidad dejando ver que es posible encontrar medidas de capacidad no convencionales en distintas culturas. En esta investigación se encontró que sí existen medidas de capacidad en las diferentes culturas. También, Rodríguez-Nieto, Aroca y Rodríguez-Vásquez (2019), reconocen unidades de medidas convencionales y no convencionales como el bulto, balde, tanque, entre otros, en la elaboración del bollo de yuca. Siendo esta una investigación similar en la elaboración de un producto parecido que arrojó resultados que muestran la existencia de medidas de capacidad en la elaboración del bollo de yuca. Por su parte Calambás (2011), realizó un estudio desde la Etnomatemática del concepto de capacidad en niños de quinto grado. Así, se puede observar que el empleo de medidas de capacidad no convencionales está presente en el día a día del individuo e incluso sin ser del todo consciente de ello. En esta tesis, Calambás refiere que la capacidad como magnitud ha sido relegada por ser considerada de fácil manejo, por ello los textos solo hablan de la unidad (litro) y en otros casos es considerada sinónimo del volumen, en lo que esta investigación coincide puesto que se considera que la capacidad es una medida independiente del volumen, aunque compartan familiaridad. Los resultados obtenidos en las investigaciones mencionadas anteriormente son muestra de una matemática emergente de la cultura y que están presentes en cada grupo de individuos (Bishop, 2005). Pero esta matemática local que se reconoce en las prácticas propias de cada grupo cultural no debe ser ajena de esa matemática globalizante que se ve en la escuela; de ahí la necesidad de hacer matemática en las necesidades ambientales, culturales, etc. como una práctica viva (D'Ambrosio en Blanco-Alvares, 2008).

En este sentido, Dos Santos y Donizeti (2011) exponen los desafíos de la Educación en una cultura en la construcción de un proceso educativo en Educación Matemática que involucre tanto la matemática emergente de las tradiciones de las comunidades como la matemática adelantada en el aula de clase. Asi mismo, es pertinente desarrollar un enfoque matemático que relacione las matemáticas con la realidad dentro de aula (Albanese y Perales (2020), facilitando la contextualización de los componentes matemáticos desde la etnomatemática.

A lo largo de este proceso investigativo, el cual se desarrolló desde un enfoque etnográfico se evidenció el uso de medidas y/o patrones de capacidad no convencionales en la elaboración artesanal del bollo de mazorca; además, se observaron diversas maneras de estimar la capacidad de diferentes recipientes. En la elaboración del bollo de mazorca fue posible identificar equivalencias entre las capacidades y/o pesos de los distintos recipientes utilizados por las artesanas en cada proceso inmerso en dicha práctica. Esta información se organizó en la tabla 1. Además, se observó el uso de gestos corporales para explicar conceptos como el de capacidad por parte de una de las artesanas.

Tabla 1. Medidas de capacidad en la elaboración del bollo de mazorca. Localidad Pinar del Río.

<table>
<tr><th colspan="3">Equivalencias entre capacidades</th></tr>
<tr><th colspan="2"># Bulto</th><th>Capacidad</th></tr>
<tr><td colspan="2">1 bulto de mazorca</td><td>1 saco de mazorca</td></tr>
<tr><td colspan="2">1 bulto grande de mazorca</td><td>150 mazorcas</td></tr>
<tr><td colspan="2">1 bulto mediano de mazorca</td><td>120 mazorcas</td></tr>
<tr><td colspan="2">1 bulto pequeño de mazorca</td><td>100 mazorcas</td></tr>
<tr><td colspan="2">2 bultos de mazorca</td><td>1 bulto de cascarón</td></tr>
<tr><td colspan="2">1 bulto</td><td>200 cascarones</td></tr>
<tr><td colspan="2">2 bultos de mazorca</td><td>1 ponchera grande + 1 balde grande de maíz pelado</td></tr>
<tr><td colspan="2">2 bultos de mazorca</td><td>1 ponchera de maíz repellado</td></tr>
<tr><td colspan="2">2 bultos de mazorca</td><td>1 ponchera mediana de maíz repellado + 1/2 de bulto de tusa</td></tr>
<tr><th colspan="3">Equivalencias entre capacidades de diversos recipientes</th></tr>
<tr><td colspan="3">1 ponchera grande + 1 balde grande de maíz pelado = 1 ponchera de maíz repellado</td></tr>
<tr><td colspan="3">1 tasa de maíz repellado = 1 taza del molino</td></tr>
<tr><td colspan="3">1 ponchera de maíz repellado = 15 tazas = 15 tazas del molino</td></tr>
<tr><td colspan="3">1 olla de masa = 9 tasas del molino +3 libras de azúcar + 2 onzas de sal</td></tr>
<tr><td colspan="3">1 ponchera de maíz repellado = 1 olla de masa</td></tr>
<tr><td colspan="3">2 bultos de mazorca = 15 tazas de maíz repellado = 1 olla de masa</td></tr>
<tr><td colspan="3">2 bultos de mazorcas = 1 taza de maíz repellado = 15 embudos de molino</td></tr>
<tr><td colspan="3">1 embudo de molino = 8 bollos</td></tr>
<tr><td colspan="3">1 olla de preparación = 129 cucharones</td></tr>
<tr><th rowspan="5">Equivalencia en medida convencional</th><th>Recipiente / objeto</th><th>Medida convencional de capacidad y/o peso</th></tr>
<tr><td>Taza de llenar molino</td><td>4 litros</td></tr>
<tr><td>Embudo del molino</td><td>4 litros</td></tr>
<tr><td>Olla de preparación de la masa</td><td>60 litros</td></tr>
<tr><td>1 mazorca sin repellar</td><td>1 libra</td></tr>
<tr><th colspan="3">Contenido</th></tr>
<tr><td>Olla</td><td colspan="2">129 bollos + 36 mazorcas, una ponchera mediana de cascarones y 5 potes de agua.</td></tr>
<tr><td>1 bollo</td><td colspan="2">1 cucharón</td></tr>
</table>

Los resultados aquí evidenciados se podrían considerar un buen aporte para la Educación Matemática, pues se tiene en cuenta el ambiente sociocultural en que se desenvuelve la realidad del alumno, lo que implica familiaridad entre las matemáticas que observa en su entorno y las matemáticas desarrolladas en el aula, favoreciendo así la conceptualización de capacidad y su estimación con base en medidas convencionales y no convencionales. Así mismo, se contribuye al fortalecimiento del pensamiento métrico mediante una enseñanza paralela y comparativa que involucra una matemática escolar (perteneciente a la cultura globalizante) y una matemática local (proveniente de la cultura local).

La fase educativa

Posterior a la culminación de la fase etnográfica, se procede a describir la información obtenida en la fase anterior, para lo cual se recurrió a las transcripciones de los audios, videos, registros fotográficos, entre otros; como resultado de los dos trabajos de campo. Teniendo en cuenta lo observado durante el proceso de la elaboración de los bollos de yuca y mazorca se procede al diseño de planes de clase, con el objetivo de enseñar medidas de capacidad y volumen partiendo de los saberes no escolarizados inmersos en las actividades propias del entorno del alumno para luego problematizarse en el aula desde un punto el punto de vista del aprendizaje paralelo y comparativo en el marco de la Etnomatemática. También se consideró lo expuesto en los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas propuestos por el MEN.

Para la ejecución de esta fase de la investigación se realizó en primera instancia un pilotaje dado en dos sesiones con una estudiante de séptimo grado con el propósito de validar los planes de clase, permitiéndose el análisis de la pertinencia de cada actividad y su aporte al fortalecimiento del pensamiento métrico en los estudiantes de séptimo grado. Dichas actividades se diseñaron con base en saberes etnomatemáticos encontrados en la práctica artesanal observada y los saberes escolarizados mencionados por el SI, como evidencia de un Aprendizaje Paralelo y Comparativo planteado por Aroca (2018), a las cuales se les efectuarán los ajustes pertinentes, de ser necesario.

Desde la postura didáctica del Programa Etnomatemática se sugiere incluir en los planes de clase actividades contextualizadas, teniendo en cuenta el contexto próximo a la institución educativa en la cual se aplican dichos planes, pero debido a las medidas de aislamiento preventivo obligatorio decretado por el Gobierno Nacional para contener la pandemia provocada por el virus SARS-CoV-2 (COVID-19) y la implementación de las clases remotas no fue posible desarrollar el pilotaje en una Institución Educativa; en su lugar se ejecutaron las actividades con un solo estudiante de séptimo grado de una Institución Educativa del municipio de Barranquilla, Atlántico.

Además, la prueba piloto se concretó en dos sesiones con duración de dos horas cada una; la primera sesión se realizó el día 29 de octubre la segunda sesión el día 30 de octubre, del 2020. Asimismo, se desarrollaron los momentos de exploración, estructuración, práctica-ejecución y transferencia, según lo plantea el MEN en Colombia Aprende.

Cabe destacar que la aplicación del pilotaje al estudiante se ejecutó en su lugar de residencia, acatando todas las medidas de bioseguridad recomendadas por el Ministerio de Salud para resguardar la integridad de los participantes, tales como el uso permanente del tapabocas, uso de gel antibacterial y lavado permanente de manos, guardando, además, la distancia mínima de 1,5 metros con el alumno.

Posteriormente, se procede a reestructurar los planes de clase con base en los ajustes propuestos en la matriz de aciertos y desaciertos, los cuales se hicieron de lo observado en el pilotaje, con el objetivo de aplicarlos nuevamente con otro estudiante de séptimo grado. De igual modo, los planes de clase se desarrollaron en dos sesiones en dos días seguidos con duración de dos horas por día, teniendo en cuenta los momentos de exploración, estructuración, práctica y ejecución, transferencia y valoración. Dichos planes se implementaron en el lugar de residencia del alumno debido a la pandemia provocada por el COVID-19.

Primera sesión: Esta sesión se desarrolló bajo la temática de medidas de capacidad cuyo objetivo de aprendizaje es estimar el resultado de una medición sin realizarla, de acuerdo con un referente previo y aplica el proceso de estimación elegido y valora el resultado de acuerdo con los datos y contexto de un problema.

Momento de Exploración: Se inició con una actividad introductoria para reforzar los saberes previos, tales como conversión de unidades; además, se le preguntó al estudiante aspectos generales sobre dicha práctica, obteniendo como respuesta el conocimiento acerca de cómo y con qué se elaboran los bollos y los procesos involucrados. Posteriormente, se le proyectó al alumno un video donde se observaron los procesos involucrados en la elaboración de los bollos de yuca y mazorca para luego interrogarle acerca de lo observado en el video reconociendo los materiales utilizados y algunas medidas.

Figura 35. Observación de la Práctica artesanal

Fuente: *Producción propia.*

Luego de analizar los videos de la práctica artesanal de bollo de yuca y de mazorca, el alumno describe desde su perspectiva, los saberes matemáticos involucrados en los procesos observados, mencionando algunas formas de medir utilizadas por los artesanos; también expresa el concepto que hasta el momento tiene de capacidad y volumen, como se muestra en el siguiente aparte de la transcripción del video de la clase.

I: ¿Encuentras alguna relación en todos los procesos que se realizaron que pudiste observar y las matemáticas?

P: Claro, porque todo lo que ella hizo lo hizo fue por medidas; nada lo hizo solo por hacerlo, todo llevó una medida y una secuencia.

I: ¿Y a qué medidas te refieres? ¿Cómo las tomó ella o cómo viste que las tomó ella?

P: Por su experiencia las tomabas que por ejemplo a dos bultos de maíz se le echan 3 libras de azúcar y un cuarto de sal.

I: ¿Qué otra medida pudiste observar?

P: La del agua que ella la a olla le agregaba 5 tanquecitos de agua.

I: Para ti ¿Qué es volumen?

P: La cantidad de algo o de cualquier cosa.

I: ¿Y capacidad?

P: Capacidad es lo que tiene un cuerpo dentro de él.

Momento de estructuración: Para llevar al estudiante a que él mismo construyera su propio concepto de capacidad, se realizó la actividad 2, la cual consistió en llenar un cucharón con mezcla de maicena y agua estimando cuánta mezcla hace el cucharón, luego se debía llenar un balde, una olla y una ponchera teniendo como patrón el cucharón, haciendo una estimación de la capacidad de los recipientes. Cabe mencionar que se estimará la capacidad de los recipientes con base en cuántos cucharones hace y cuántos litros hace (siendo el litro la unidad de medida de capacidad). Ver Figura 36.

Figura 36. Estimación de capacidad
Fuente: *Producción propia.*

Luego de hacer el cálculo de la capacidad de los recipientes el estudiante describe el proceso realizado respondiendo a las preguntas del investigador.

I: Vamos a medir el volumen de esta lata aquí con el cucharón. La lata que tiene un contenido de 250 mililitros; vamos a hacer una comparación entre las medidas no convencionales o no estandarizadas que en este caso nosotros tomamos el cucharón que es el que utiliza la artesana a ver si la lata hace lo mismo del cucharón o qué cantidad hace la lata. Bueno, ahora te pregunto ¿cuál es la capacidad de la botella en medida no convencional, o sea con el cucharón?

P: 4 cucharones

I: ¿Y en medidas convencionales según la botella?

P: 250 mililitros

I: ¿250 mililitros qué es para ti? ¿La capacidad o el volumen?

P: La capacidad

I: ¿y el volumen cuál sería?

P: La botella

Figura 37. Comparación de unidades de medidas.

Fuente: *Producción propia.*

En este sentido, el estudiante experimentó el uso de unidades de medidas propias de la practica analizada (en este caso el cucharón) como tambien estandarizadas (el litro) para calcular la capacidad de determinados recipientes. En este momento de la clase, se explicaron los conceptos de capacidad y volumen además de la relación entre ellos, los cuales fueron reforzados con la ejecución de la actividad de modo que el estudiante logró interactuar como elementos del contexto para dar solución a situaciones de la cotidianidad.

Segunda Sesión: En esta sesión se dio continuidad al tema tratado en la sesión anterior. En los momentos descritos a continuación se afianza el concepto de capacidad y volumen mediante la puesta en práctica de actividades que el estudiante resuelve utilizando materiales de uso cotidianos.

Momento de práctica y ejecución: Para reforzar los temas de capacidad y volumen y en procura de que el estudiante tenga total claridad de los dos saberes, se le pidió que realizara una actividad donde deberá crear una serie de situaciones problemas que debe resolver ya sea usando patrones observados en la práctica artesanal o usando los patrones de medidas establecidos por el SI.

Una vez el estudiante elaboró por sí mismo la situación problema, planteó la solución y utilizó recipientes similares para dar respuesta a su planteamiento, en esta actividad se puede observar que el estudiante valoró el hecho de una contextualización de los saberes matemáticos en el aula de clase, así se evidencia en el siguiente segmento de la entrevista

> P: Bueno, sí me gustaría que mi profesor implementara esta actividad porque así es más fácil yo aprenderla dinámicamente con un vaso medidas escolarizadas y no escolarizadas se me hace más fácil aprender.

Momento de transferencia: Al finalizar las dos sesiones, se brindó un espacio para realizar preguntas relacionadas con el concepto de capacidad y volumen en relación con las actividades desarrolladas y la práctica artesanal observada.

> I: ¿Qué te pareció la actividad de la clase pasada?
>
> P: Me pareció buena porque aprendí cómo se prepara un bollo y qué medidas tiene
>
> I: Si yo te preguntara ¿qué es el volumen?
>
> P: el volumen es, la cantidad del cuerpo / el volumen para mí el espacio que ocupa un cuerpo en una superficie
>
> I: ¿Qué es capacidad?
>
> P: Capacidad es lo que puede contener dentro el cuerpo

I: Ok muy bien, entonces respóndeme algo ¿tú consideras que en la elaboración de los bollos podríamos decir que está inmersa esa actividad de medidas de capacidad y volumen? ¿y alguna otra actividad matemática?

P: Es que yo no sé qué es “inmerso”

I: inmerso es algo que está dentro de, osea si tú estás practicando algo ahí hay algo. Ahora sí responde ¿consideras que en la actividad de la elaboración del bollo está inmerso la capacidad, el volumen y alguna otra actividad matemática?

P: Claro, porque se está utilizando la capacidad que tiene la taza de contraer el maíz, la capacidad que tiene la olla de hacer los bollos, cuantos bollos salen de la masa.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Fase etnográfica

Después de analizar cada una de las fases anteriormente mencionadas en la elaboración de los bollos de yuca y mazorca, se puede observar que la matemática está presente en la gran mayoría de procesos realizados por los artesanos; se puede ver cómo ellos sin saberlo y de manera natural usan conceptos matemáticos y técnicas en su labor. La etnografía en esta investigación es fundamental para contextualizar los conocimientos matemáticos con base en las prácticas que el estudiante observa e incluso realiza en el día a día. Por su parte, Cantillo y Pupo (2019) investigaron de manera similar en la práctica artesanal de los bollos de yuca y encontraron sistemas de medidas no convencionales inmersos en dicha actividad. En la tabla 2 se describe la interpretación de los resultados obtenidos en la fase etnográfica.

Tabla 2. Interpretación Etnomatemática de la fase etnográfica

Lugar: Sibarco		Lugar: Pinar Del Río	
Fase	**Interpretación**	**Fase**	**Interpretación**
Pelado de la yuca	1 bulto de yuca = 1 saco de yuca 1 bulto de yuca = 45 kilos 3 bultos de yuca = 135 kilos En diciembre, carnavales y semana santa se pelan cuatro o tres bultos y pico por día = 120,5 kilos en algunos casos 3 bultos de yuca pelada = 2 bultos de conchas 2 bultos de concha = $8000	**Pelado del maíz**	1 bulto pequeño de mazorca = 120 mazorcas 1 bulto grande de mazorca = 150 mazorcas 2 bultos pequeños de mazorcas = 3 poncheras 2 bultos pequeños de mazorcas = 4 poncheras 1 mazorca = aproximadamente ½ libra
Rayado de la yuca	3 canastas de yuca = ½ hora 1 canasta = 10 minutos 1 carga de yuca rallada = 3 tazas 1 puñado de masa cruda = 1 libra 1 libra de masa cruda = 1 bollo	**Repellado del maíz**	Repellar dos sacos = 40 minutos Todo el maíz Repellado = 1 taza grande completa 1 taza pequeña = embudo del molino
Exprimir la masa obtenida en el rayado de la yuca	Exprimir un saco = 20 minutos Un saco = media carga 1 carga = 3 tazas 1 saco = ½ balde de agua agria	**Molida para la obtención de la masa**	Dos bultos de maíz = una olla llena de masa 1 taza de maíz = 8 minutos en el molino 1 olla de masa\aprox. 2 onzas 1 olla de masa = 3 libras de azúcar
Amarre de los bollos	1 bolita = 1 bollo 1 bollo = 1 libra 2 tuzas = envolver un bollo 1 ponchera llena de masa = 160 bollos 1 puñado pequeño de masa = 1 libra de masa 1 cuanto = 70 tuzas 2 cuántos = se envuelven 35 bollos 6 canutos = se envuelven 105 bollos 1 bollo = metro y medio de pita 105 bollos =225 metros de pita	**Llenura de los bollos**	1 cucharón de masa = ½ libra de masa 1 cucharón de masa = bollo 1 bollo = ½ libra de masa cruda 2 bultos de mazorcas = 1 olla de masa 1 olla de masa = 129 bollos 2 bultos de mazorca = 129 bollos 1 olla de masa = 129 cucharones
Cocción de los bollos	Por cada 8 baldes de agua para cocinar los 110 bollos se necesitan un balde y medio (1+ ½ baldes) de agua agria	**Cocción de los bollos**	129 bollos= 1 una y media cocinando 129 bollos= ½ hora escurriendo

Fase educativa

Concebir la enseñanza de las matemáticas sin una contextualización previa, en donde el estudiante más allá de lo que el profesor le dicte, por sí mismo pueda experimentar en su realidad para qué le sirve dicho conocimiento sería enseñar unas matemáticas carentes de sentido. Por tal motivo, al transcurrir de los años muchos investigadores se han propuesto indagar sobres esas didácticas que puedan contribuir a mejorar el aprendizaje de las matemáticas, buscando fortalecer los saberes matemáticos inmersos en las prácticas culturales de las diferentes comunidades propiciando que en el aula el profesor tenga en cuenta el contexto en el cual se desarrolla la cotidianidad del alumno. Así, la Etnomatemática considera el estudio de los saberes matemáticos involucrados en las actividades para la supervivencia, propias de cada grupo de individuos y con base en la problematización de los resultados tenidos en la observación de las prácticas culturales construir situaciones didácticas que propicien el acercamiento entre el contexto sociocultural del alumno y los saberes matemáticos escolarizados. Ejemplo de ello lo constituyen las dos sesiones en la que se consideró el tema de capacidad y volumen. Dichas sesiones se realizaron con base en los resultados etnográficos obtenidos mediante la observación de los procesos de la elaboración de los bollos de yuca y de mazorca en dos municipios del Atlántico.

Investigaciones como la realizada por Palacio, Ramírez y Aroca (2016), así como la de Morales, Aroca y Álvarez (2018) muestran una opción metodológica para la problematización de los resultados etnográficos en el aula de clase mediante el diseño de actividades, en donde se puede apreciar la importancia del rol de los artesanos para realizar dicha problematización mediante la enseñanza de las matemáticas basada en el enfoque de enseñanza paralela y comparativa, de los saberes matemáticos del contexto del estudiante como representante de la cultura local y de los saberes matemáticos escolares como representantes de la cultura global (Aroca 2018). La presente investigación busca constatar si se evidencia un aprendizaje de los saberes matemáticos paralelo y comparativo desde la postura didáctica del Programa Etnomatemático para lo cual se implementó la realización del plan de clase en dos sesiones, teniendo en cuenta lo planteado por Lara (2010), concibiendo el aula como un espacio vivo en el cual se construye una educación integral.

Para el análisis de la información obtenida en la fase educativa, se tuvieron en cuenta los cuatro momentos de una clase una vez realizados los ajustes al pilotaje mediante la matriz de aciertos, desaciertos y ajustes, basándose en el aprendizaje paralelo y comparativo descrito en la metodología, partiendo de lo planteado en los derechos básicos de aprendizaje. En la tabla 3 se muestra la matriz de análisis del plan de clase con en lo planteado por el MEN.

Tabla 3. Matriz de análisis del plan de clase

Actividad para el aprendizaje paralelo y comparativo	Derecho Básico de Aprendizaje	Momento de la clase	Desempeño de Aprendizaje
Actividad # 1	Propone y desarrolla estrategias de estimación, medición y cálculo de diferentes cantidades (volúmenes / capacidad) para resolver problemas.	Exploración de conocimientos previos y contextualización	Identifica las unidades de medidas de las principales magnitudes. Realiza procesos de conversión de unidades.
			Reconoce la elaboración del bollo como práctica artesanal de su contexto sociocultural. Muestra interés por el proceso de elaboración del bollo y su posible relación con medidas de capacidad y volumen. Identifica saberes escolares, en cada proceso de la elaboración del bollo.
Actividad # 2		Estructuración	Estima la capacidad de un recipiente con simple inspección. Identifica unidades de medidas de capacidad. Describe el concepto de capacidad y volumen. Establece la diferencia y la relación entre volumen y capacidad.
Actividad # 3		Práctica y ejecución	Identifica medidas de capacidad en la elaboración de los bollos. Calcula la capacidad de objetos utilizando unidades de medidas del entorno. Reconoce unidades de medidas en su cotidianidad.
Actividad # 4		Institucionalización y valoración	Reconoce la importancia de la práctica artesanal en la clase de matemáticas.

En el desarrollo del momento de Exploración de saberes previos y contextualización el estudiante expresa tener conocimiento del proceso de elaboración del bollo de mazorca y manifiesta que es una tradición en su entorno. Una vez observado el proceso de elaboración de ambos bollos en video reconoce qué práctica artesanal de la elaboración de bollos hace parte de su contexto sociocultural, reconociendo en ella los procesos y materiales empleados por los artesanos. También, reconoce la importancia de involucrar en la clase de matemáticas las actividades propias del contexto cultural que les permitan un aprendizaje de manera más sencilla mediante la implementación de materiales manipulables con relación a las prácticas que realiza en su cotidianidad, es decir, familiarizar las matemáticas con la práctica artesanal. Así mismo, enumeró los saberes matemáticos que a su juicio se emplean en la elaboración de ambos bollos que son producto en algunos casos por la experiencia en la práctica.

En el momento de Estructuración el estudiante elaboró una mezcla de harina y agua imitando el proceso de preparación de la masa de los bollos realizada por los artesanos, luego teniendo como unidad de medida un cucharón estimó la capacidad de una taza mediana y una taza pequeña, así como la capacidad de una lata de refresco. Una vez establecida la capacidad de cada recipiente con base en medidas no convencionales, se realizó la equivalencia o comparación con las medidas escolarizadas, lo cual permitió una mejor comprensión del concepto de capacidad y volumen logrando establecer en que difieren los dos términos.

Es necesario destacar que al inicio de este momento el estudiante se notaba apático, pero luego de manipular los materiales y realizar la actividad modelada por la práctica artesanal observada, se evidenció un cambio de actitud y una participación activa. También explicó con sus palabras la influencia del contexto en las actividades que realiza en la cotidianidad y la relación con los saberes escolares.

Durante el desarrollo del momento de la práctica y ejecución el estudiante identificó medidas de capacidad en varios de los procesos de la elaboración de los bollos de yuca y mazorca teniendo presente el concepto de la misma; además, describió la capacidad de cada recipiente que se le mostró empleando medidas de capacidad no estandarizadas y estandarizadas, siendo consciente de que las unidades de medidas de la magnitud capacidad mencionas por el Sistema Internacional como lo son el litro y el mililitro, son frecuentemente utilizadas frecuentemente en algunas actividades cotidianas diarias.

Por último, la institucionalización y la valoración, Se considera el término institucionalización en lugar de trasferencia, puesto que se está en desacuerdo con el momento de Transferencia tal como lo concibe el MEN, ya que desde el enfoque del aprendizaje paralelo y comparativo se asume la crítica de este concepto realizada por Freire (2005) donde se enfatiza la educación como la acción de depositar, narrar, transferir o transmitir conocimientos y valores a los educandos, concebidos como simples pacientes, considerando así al estudiante como sujeto vacío al que se debe rellenar, si no entendiéndose al estudiante como un ser integral al que se le debe desarrollar y fortalecer el pensamiento matemático sin dejar de lado ninguna de sus áreas.

Por otro lado, se considera la valoración no como un proceso aislado sino transversal que se da durante el desarrollo de la clase permitiéndole al estudiante demostrar la apropiación de los saberes matemáticos contemplados desde la práctica cultural donde se potencializa el fortalecimiento del pensamiento métrico; además, se constata el aprendizaje en la problematización de los resultados etnomatemáticos en el aula de clase mediado por un aprendizaje paralelo y comparativo según lo planteado por Aroca (2018), involucrando así el saber cultural resultado de las acciones de los individuos producto de su instinto para sobrevivir y adaptarse al contexto con los saberes escolares dando lugar a la contextualización de los conocimientos matemáticos por medio de las prácticas propias del entorno del estudiante. En este sentido, en la última actividad el estudiante basándose en su cotidianidad planteó una situación problema en la que para la solución debería emplear tanto los conocimientos obtenidos en la realización de la práctica artesanal como los saberes escolares, luego de planteada la situación se llevó a cabo la explicación de los pasos dados para su solución por parte del estudiante.

Partiéndose del análisis del plan de clase expuesto inmediatamente anterior y con base en las muestras de aprendizaje evidenciadas en el trascurso del desarrollo de la temática de medidas de capacidad basados en los procesos inmersos en la elaboración artesanal de los bollos de yuca y mazorca, se reconoce el alcance de los objetivos de aprendizajes descritos en los planes de clase, ya que los estudiantes (en el caso del pilotaje y el caso de la aplicación del plan de clase con los respectivos ajustes) comprendieron las medidas de capacidad mencionadas por el SI y al mismo tiempo las medidas de capacidad no convencionales de la práctica artesanal observada en la presente investigación, por medio de lo cual se favoreció el acercamiento del estudiante con las matemáticas y la realidad. Igualmente, se observó por parte del estudiante interés y motivación al momento de emplear los saberes matemáticos de los artesanos en la solución de situaciones problemas referentes al cálculo de la capacidad de recipientes, dejar de lado los términos y conceptos de la matemática escolar entendiéndose la trascendencia de emplear los dos saberes en el aula tal como lo expresa Aroca (2018) “no se trata que al final del proceso solo se institucionalice el saber matemático escolar sino también el saber matemático local. Ambos tienen igual valor, en ambos transcurre la vida de un ser humano que se escolariza” (p. 7). Así, la institucionalización del saber adquiere sentido en la frontera existente entre las matemáticas representantes de la cultura local y de la cultura global (Morales, Aroca y Álvarez, 2018).

De acuerdo a lo expresado anteriormente existe, la posibilidad de un aprendizaje paralelo y comparativo, sin que se garantice en su totalidad, puesto que en esta ocasión no fue posible contar con la presencia directa de los artesanos en la aplicación del plan de clase tal como lo sugiere Aroca (2018). No obstante, en la muestra que se tomó para el estudio de caso fue notorio el fortalecimiento del pensamiento métrico desde la Etnomatemática, ya que en ambos casos, los estudiantes estudiaron y posteriormente describieron medidas de capacidad convencionales y no convencionales simultáneamente, lo que sugiere un aprendizaje paralelo; así mismo, se estableció una relación emtre las medidas de capacidad establecidas en la práctica artesanal y las medidas de capacidad del SI como respuesta a las actividades contextualizadas, mostrando un aprendizaje comparativo. Pero la muestra estudiada no amerita una generalización en una población educativa.

CAPÍTULO 4. LA CLASIFICACIÓN EN EL RECICLAJE PARA LA COMPRENSIÓN DE LAS OPERACIONES ENTRE CONJUNTO Y LA PROTECCIÓN DEL MEDIOAMBIENTE[6]

En la última década la clasificación de residuos ha sido de relevancia a nivel mundial debido a las múltiples afectaciones causadas por los malos manejos que se les ha dado a estos, causando contaminaciones y finalmente contribuyendo al calentamiento global (Rivas, 2018). En el municipio de Soledad, departamento del Atlántico, la actividad del reciclaje ha tomado gran fuerza, debido a factores como: aumento del precio del reciclaje, aumento en la demanda de materiales reciclables, falta de oportunidades laborales, entre otras. En esta noble práctica se han identificado procesos matemáticos relacionados especialmente con la acción intelectual de la clasificación. Así, emergió la pregunta: ¿se pueden emplear algunos procesos de la actividad del reciclaje en Educación Matemática? Por ello, este estudio buscó conocer las matemáticas que se emplean en la clasificación del reciclaje, comprender cómo se establecen relaciones de semejanzas, diferencias y criterios de inclusión y exclusión que permiten la identificación de materiales reciclables.

6 Esta fue una investigación que uno de los autores, el profesor Armando Aroca, realizó con un estudiante del Semillero de Investigación, Efraín Rodríguez.

El Programa Etnomatemáticas es un campo de investigación desde la década del 70, dando inicio a un nuevo enfoque sociocultural de la Educación Matemática, en relación con las fuerzas culturales, políticas, sociales y económicas que dan forma al mundo (D'Ambrosio y Knijnik, 2020, p. 283). Este programa permite valorar conocimientos matemáticos que se encuentran ligados a prácticas culturales; la comprensión de métodos diseñados por las personas y sus explicaciones (Rosa y Orey, 2011). Resaltando las matemáticas que surgen en prácticas como: carpinteros, juegos, artesanías, agricultura, recicladores, comunidades afrodescendiente e indígenas, entre otras. El Programa etnomatemáticas apuesta a la humanización de las matemáticas, mirando la necesidad de conectar el currículo tradicional de matemáticas a la vida cotidiana de los estudiantes (Rosa y Orey, 2018).

En la definición etimológica sobre la palabra etnomatemática D'Ambrosio, (2014) plantea lo siguiente:

> "El conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (technés o ticas) para explicar, aprender, conocer, lidear en/con (matemá) los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios (etnos) de una cultura, o sea, etnomatemática son las ticas de matemá en un determinado etno" (p. 103).

Pero Aroca (2016) argumenta que:

> "El Programa Etnomatemáticas también es lo histórico, lo político, lo ético, su relación con la educación, la formación, la pedagogía, la didáctica, lo religioso, lo económico, lo psicológico, lo lingüístico que median en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y no a todas estas dimensiones las podemos interpretar mediante las tics de mathema en una etno" (p. 192).

Por su parte Gerdes, plantea que la Etnomatemática estudia las "multifacéticas relaciones e interconexiones entre ideas matemáticas y otros elementos constituyentes culturales, como la lengua, el arte, la artesanía, la construcción, la educación" (Gerdes, 2013, p.150).

El Programa Etnomatemáticas se ha encargado de estudiar ideas matemáticas que nacen en el desarrollo de distintas prácticas culturales, entre ellas, la que se presenta aquí como es la clasificación del reciclaje, donde las personas para solucionar diversos problemas que se presentan en el desarrollo de la práctica, emplean soluciones relacionadas con las matemáticas.

LA CLASIFICACIÓN COMO UNA ACCIÓN INTELECTUAL MATEMÁTICA

Clasificar como una acción intelectual matemática, implica diversos procesos cognitivos, especialmente, ordenar, contar, medir, estimar, abstraer, clasificar. Varias de estos procesos se encuentran analizados por Bishop (1999, 2005), D'Ambrioso (2014), Gerdes (1989, 1991, 1999), entre otros autores. Se puede afirmar que en la práctica del reciclaje se vinculan principalmente procesos de contar, medir, diferenciar, comparar, explicar, entre otros procesos, sin descartar otros, que se evidencian en las entrevistas a los recicladores cuando explican cuáles fueron sus criterios de inclusión y exclusión en la selección de materiales.

Al intentar clasificar nos enfrentamos a un entramado complejo de distintos tipos de clasificaciones; donde muchos aspectos existentes en el mundo pueden ser enumerados o clasificados y de esas clasificaciones o enumeraciones pueden surgir nuevas formas de ordenamientos (Perec, 1986). En Educación Matemática la actividad de clasificar es esencial para la comprensión de diversos temas. Por medio de la clasificación los estudiantes hacen diversas relaciones mentales con las cuales pueden agrupar o desagrupar elementos que identifican como diferentes o semejantes, sea por su color, forma, propiedades, sabor, textura, etc. En la práctica del reciclaje, el agrupamiento se da al establecer relaciones de semejanzas y diferencias entre los materiales, existiendo en ellos criterios como textura, grosor, color, tipo de material, sonido, volumen, peso, precio, entre otros, cuando los recicladores tienen en sus manos los materiales y deciden reciclarlo o devolverlo a la basura.

METODOLOGÍA

Tipo de investigación

La presente investigación es de carácter cualitativa (Álvarez y Gayou, 2003). Está basada en la necesidad de explicar y comprender las ideas matemáticas que expresan los recicladores. El enfoque fue etnográfico donde se resaltó la importancia de la descripción y análisis de los comportamientos, (Hernández, Fernández y Baptista, 2014), y procesos matemáticos empleados por los recicladores en su práctica. Lo anterior permitió detallar aspectos relevantes de las personas involucradas y el contexto donde se desarrolló la investigación, puesto que se estudian a los participantes en sus ambientes cotidianos para poder así comprender mejor su quehacer diario.

Contexto y participantes

Esta investigación fue realizada en el Porvenir, barrio del municipio de Soledad, perteneciente al departamento del Atlántico, ubicado en la Costa Caribe colombiana. El barrio Porvenir, es conocido popular y peyorativamente como ¨El Basurero¨ pues anteriormente en el sector quedaba el basurero municipal de Soledad. Una vez erradicado el basurero municipal, muchas familias que no tenían hogar construyeron allí sus viviendas con tablas y techos de telas y plásticos y todo tipo de material que pudiera servir para la estructura. Sus habitantes viven en pobreza extrema y la mayoría de los adultos han adoptado la práctica del reciclaje como fuente de ingreso para el sostenimiento del hogar. La humildad y resiliencia que caracteriza a los habitantes del Porvenir es única. Después de buscar algunos recicladores que nos concedieran las entrevistas y nos permitieran acompañarlos en una jornada de trabajo, pudimos contactar a Guillermo, José y Eduardo, sus datos se presentan en la tabla 4.

Tabla 4. Trabajo de campo con los recicladores

Trabajo de campo	Fechas	Duración	Recicladores	Registro audiovisual.
1	15- marzo del 2022	5 horas	Guillermo	104 fotos – 28 videos
2	18- marzo del 2022	4 horas	José	303 fotos – 45 videos
3	5- mayo del 2022	3 horas	Eduardo	9 fotos – 21 videos

Fuente: *Elaboración propia.*

José es muy reconocido en esta práctica; desde su niñez se ha dedicado al reciclaje. Aprendió esta actividad de su padre y cuenta con una bodega donde compra el reciclaje; lleva más de 35 años en la práctica. Guillermo y Eduardo buscan en las calles el reciclaje y regularmente se lo venden a José.

Métodos de recolección de información

La recolección de información en esta investigación está basada en la elaboración de entrevistas semiestructuradas, registros audiovisuales, notas de campo, transcripción de los registros audiovisuales y análisis fotográfico durante el desarrollo de la práctica.

Método de análisis de la información

El análisis de la información fue categorial, a partir de categorías emergentes que se dieron en el trabajo de campo. Estas categorías de análisis fueron recolección, limpieza, tipos de clasificaciones en el proceso de limpieza, venta de reciclaje, clasificación por medio de los sentidos e identificación del papel.

Fase etnográfica

Para el desarrollo de esta investigación, en la fase etnográfica, se realizó principalmente una visita al barrio donde viven y ejercen sus prácticas los recicladores, con el fin de conocer acerca de su labor, escoger a las personas a entrevistar y organizar las fechas para realizar las entrevistas semi estructuradas, teniendo en cuenta que los investigadores para construir significados más pertinentes deben conocer el entorno donde se desarrolla la práctica y la práctica en sí (Aroca, 2013). Al llegar al lugar nos encontramos personas con una alta calidad humana los cuales nos recibieron de buen gusto. Acordadas las fechas de entrevistas, se pudo llevar a cabo filmación de videos, notas de voz, fotografías, recorridos por distintos sitios y la obtención de explicaciones dadas por los recicladores. En la figura 38 se observan los recicladores entrevistados.

Figura 38. Entrevistas a recicladores

Fuente: *Elaboración propia.*

Al analizar la información se observaron distintos procesos realizados en la práctica del reciclaje que a continuación se presentan.

No son locos ni se llevan los niños en sacos: hacen un trabajo silencioso al servicio de la vida

Desde niño, por lo menos lo que los autores de este artículo recuerdan, es una imagen negativa de los recicladores: "reciclan para consumir drogas"; "¡son ladrones!", "¡son locos!", "si no estudias vas a ser como él", los señalan para infundir miedos a los niños, etc. Los trabajos de campo que se hicieron demostraron lo contrario: son padres de familia, personas luchadoras, resilientes, en algunos casos emprendedores, etc. El señor Guillermo fue el primer entrevistado. Él cuenta que llegó hace aproximadamente 12 años al barrio Porvenir de Soledad, en condición de desplazado debido al conflicto armado interno que ha vivido el país. El señor Guillermo, manifiesta que nunca se imaginó que el reciclaje fuera a ser su principal trabajo, debido a que se encontraba marcado por la mala percepción y frecuentes comentarios negativos de la gente. En palabras de Guillermo, esta labor no es bien vista por otras personas, porque piensan que buscar materiales reciclables en las bolsas de la basura es una "püerquedad" (antihigiénico). Sin embargo, la falta de empleo en la ciudad lo llevó a aprender a reciclar. Guillermo relata que en el barrio la mayoría de los hombres se dedican a este trabajo como fuente de recursos económicos para el sostenimiento del hogar. Expresa que, si se hace un análisis de su labor, ellos están ayudando y contribuyendo a la recuperación del medioambiente. Manifestó que su horario de trabajo es desde las 4:00 a.m. hasta 9:00 a.m. y desde las 6:00 p.m. hasta las 12:00 a.m. Estos horarios se organizan dependiendo de la hora en que los hogares sacan las bolsas de basura y en la que el camión de la empresa de aseo hace su recorrido. Su trabajo consiste en recorrer los barrios del municipio de Soledad y algunos sectores de la ciudad de Barranquilla, e ir revisando el contenido de las bolsas de basuras puestas en los andenes de las calles, para extraer los materiales reciclables en los horarios mencionados anteriormente.

Procesos matemáticos involucrados en tres etapas del reciclaje

Los entrevistados afirman que el trabajo del reciclaje lo ejecutan en tres etapas: recolección, limpieza (clasificación) y venta del reciclaje.

Recolección

Guillermo narra que el proceso de recolección en el barrio se desarrolla de dos formas. En la primera, se dirige hacia el "basurero" (lugar donde quedaba el relleno sanitario), para remover las bolsas encontradas en el lugar y extraer el material reciclable, como se observa en la figura 39.a. Cuando en el basurero no hay bolsas de basura se presenta la segunda forma, la cual consiste en alquilar un triciclo que tiene un costo de alquiler diario entre $4.000 (USD 0,82) y $5.000 (USD 1,03), para recorrer los barrios e ir recogiendo el reciclaje que se encuentra en las calles y registrar las bolsas de basura que ven en el camino para extraer materiales reciclables, como se observa en la figura 39.b. El material recolectado se va acumulando y cuando se tiene una cantidad considerable de reciclaje se realiza la limpieza.

Figura 39. 39.a. Recolección en el basurero (forma 1). 39.b. Recolección en las calles (forma 2)
Fuente: *Elaboración propia.*

Limpieza

La segunda entrevista fue realizada al señor Eduardo. Él explica que la palabra limpieza para ellos consiste en distribuir, apartar o separar cada material reciclado en sus diferentes clasificaciones, donde se identifica por el tipo de material, textura, color, volumen, peso, precio y sonido. Siendo así el proceso de limpieza es una acción intelectual matemática que da criterios de inclusión y exclusión de materiales reciclajes. El señor Eduardo resalta que el proceso de limpieza es necesario pues si no lo hacen el reciclaje será rechazado en el depósito (lugar donde vende el material reciclado) o este es comprado a bajo precio.

El señor Eduardo menciona, que el material reciclable pasa por varios "procesos de limpieza". La primera limpieza es realizada por el reciclador, esta consiste en separar los materiales en diferentes sacos, clasificándolos de acuerdo al tipo de material: cobre, aluminio, hierro, acero, bronce, baterías, antimonio, cartón, archivo, pasta, bolsa plástica, PET, PVC, como se observa en la figura 40. Al momento de vender estos materiales en el depósito, el comprador se encarga de realizar una segunda limpieza, en la cual se verifican que en los sacos no existan materiales diferentes al especificado.

Figura 40. 40.a. Limpieza del material reciclable. 40.b. Material que contiene cada bolsa o saco
Fuente: *Elaboración propia*

Tipos de clasificaciones en el proceso de limpieza

José manifiesta que los administradores de depósitos donde se compra el reciclaje exigen a los recicladores unas clasificaciones básicas en la limpieza. El personal del depósito se encarga de realizar otras clasificaciones más estrictas. Los compradores efectúan la limpieza para lograr conseguir mejores precios al momento de venderlo a las procesadoras, fábricas donde convierten el reciclaje en materia prima. Existen diferentes tipos de materiales en el momento de realizar la clasificación del material reciclable. A su vez, estos materiales son clasificados por el reciclador y por el comprador de reciclaje como se muestra en la tabla 5. La tabla 5 muestra un entramado complejo de clasificación cuyos aportes potenciales a la educación matemática son muy ricos. Esta compleja clasificación conlleva a procesos de medición, conteo, estimaciones y abstracciones, esencialmente. La figura 41, que es una síntesis de la tabla 5 muestra los principales resultados de un proceso de clasificación extraordinario por parte de los recicladores; a los investigadores les tomó tres meses en organizar dicha información.

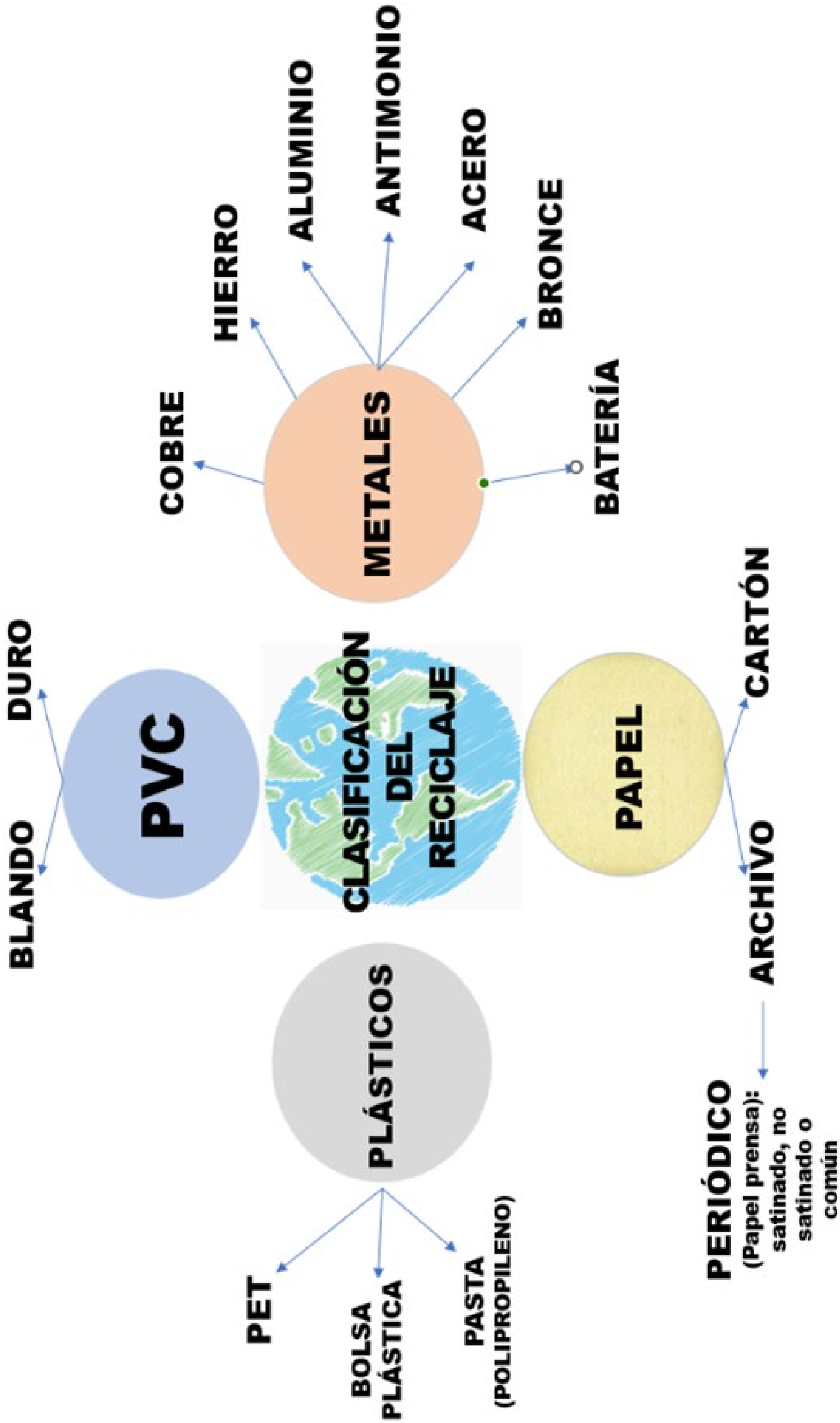


Figura 41. Tipos de materiales y clasificaciones desarrolladas por recicladores y compradores de reciclaje.

Fuente: *Elaboración propia*

Tabla 5. Características de materiales reciclables descrita por los recicladores

Metales		Características descriptas por el reciclador sobre los materiales
Cobre	Guaya	• Es la presentación más limpia del cobre, es reconocido por su brillo, color y pureza. • Al raspar presenta un brillo amarillito o rojizo.
	Chatarra	• Sucio con alguna sustancia difícil de retirar. • Cuando está quemado por corto circuito o lo dejan mucho tiempo al fuego.
Aluminio	Perfil	• Este aluminio se ve en acabado para el hogar (puerta, ventanas entre otros). • Al raspar se raya. • El sonido que hace al golpearse.
	Olla	• Este aluminio se ve en ollas, sartenes y otros artículos de cocina. • Su color plateado opaco. • Al raspar se raya. • Por su sonido y hundimiento al golpearse.
	Grueso	• Este aluminio se ve en piezas de automóviles y piezas de maquinaria industrial. • El grosor que presenta. • El sonido que presenta al golpearse. • Al raspar se raya.
	Blando	• Este aluminio se ve en envases (salchichas, verduras, desodorantes, aerosoles). • El ruido que produce al golpearse. • Al raspar se raya.
	Pote	• Este aluminio se ve en latas de gaseosas, cervezas, entre otros. • Su textura. • Sonido que presenta al doblarse.
Hierro	Lata	• Este hierro se ve en latas de alimentos, caparazones de neveras, estufas, entre otros. • Se adhiere al imán. • Su forma.
	Macizo	• Este hierro lo encontramos en piezas de automóviles, placas, entre otros. • Se adhiere al imán. • Por el grosor. • Peso que presenta.
	Común	• Este hierro se ve en sillas, rejas, parrillas, protectores de ventanas, entre otros. • Se adhiere al imán.
	Colado	• Este hierro tiene una característica en particular, tiende a partirse cuando se golpea muy fuerte. Se encuentra en algunos molinos caseros, exprimidores de limones, estatuas, entre otros. • Se adhiere al imán

Acero	301	• Este acero se ve en utensilios para la cocina como ollas, platos, vasos, hornos, freidoras, entre otros. • Al raspar no se raya. • Color plateado brilloso. • No se dobla fácilmente al golpearse.
	Común	• Este acero es encontrado en rejas, tuercas, techos de vivienda, tubería, entre otros. • Al raspar no se raya. • Color plateado brilloso. • No se dobla fácilmente al golpearse.
Bronce	Bronce	• El bronce es una mezcla de cobre con estaño, se ve en candados, buje de ventiladores, grifos de agua, cerraduras de puertas. • Por su color amarillito opaco. • Al raspar da un color amarillito brillante.
Antimonio	Antimonio	• El antimonio lo encontramos en receptores de televisión, dijes de cadenas, cerradura de puertas, entre otros. • Su color plateado opaco, sin brillo.
Batería	Batería	• Las baterías la encontramos en carros, motos, entre otras. • Son recolectadas por su alto contenido de plomo.
Papel	Archivo	• El archivo se ve en cuadernos escolares, hojas de block, fotocopias, entre otros. • No esté muy duro. • No esté demasiado sucio. • Contaminado con aceites.
	De papel	• Este papel se ve en los productos empacados en papel. • No estén muy sucios. • No presenten contaminación con aceites
	Parafinado	• El papel parafinado es aquel que tiene adherido una capa de plástico, este papel lo producen las empresas con el fin de hacer publicidad a sus productos. • No estar muy sucios. • El plástico se pueda retirar del papel.
Periódico	Satinado	• Este tipo de periódico es característico por ser liso y no sentirse porosidad en sus hojas al tacto, se ve en las revistas, catálogos de venta, entre otros. • No esté muy sucio.
	No satinado	• Este tipo de periódico es característico por ser liso y no presentar porosidad al tacto, se ve en las revistas, catálogos de venta, entre otros. • No esté muy sucio.

Cartón	Común	• Es el cartón simple, con su característico color marrón. • No estar sucio. • No estar tieso. • No estar muy contaminado por aceites o pinturas de aceite.
	Parafinado	• Este cartón, a diferencia del común, le es adherido una capa plástica, Se ve en cajas de electrodomésticos. • Su textura. • No estar sucio. • No estar manchado con aceites en su parte interior
	Plegadizo	• Este cartón lo encontramos en tubos y ángulos elaborados de cartón. • No deben estar muy sucio. • No estar muy contaminado con aceite.
	Tetrapak	• Este cartón es encontrado en todo tipo de bebidas alimenticias envasadas en cartón.
Plásticos Pasta (polipropileno)	Canasta	• En este tipo de pasta se encuentra la proveniente de cajas y canastas de pasta. • No esté contaminada con pinturas. • No esté demasiado sucio. • Tiene que ser polipropileno.
	Silla	• En este tipo de pasta se encuentra la proveniente de sillas plásticas. • No estén muy sucios. • No presenten contaminación con pintura. • Tiene que ser polipropileno.
	Soplado	• En este tipo de pasta se encuentra la que ha sido procesada con aire caliente para formar envases. • No presentar contaminación por aceites. • No estar contaminado con pinturas. • Tiene que ser polipropileno.
	Pasta dura	• En este tipo de pasta se encuentra los objetos fabricados con polipropileno de alta. Por ejemplo: tapas de gaseosas, juguetes, utensilios de cocina, entre otros. • No debe presentar contaminación con pintura.
PET (tereftalato de polietileno)	PET	• Este tipo de plástico es conocido por su transparencia, esta permite visualizar los alimentos. • Debe ser totalmente cristalino. • Al presentarse en un color diferente disminuye su valor comercial. • No estar contaminado con aceite. • No presentar contaminación con pintura. • Tiene que ser de tereftalato de polietileno.

Bolsas platicas (polietileno de baja densidad)	Bolsas plásticas	• Este tipo de plástico es conocido por su uso para empacar diferentes tipos de productos como alimentos, electrodomésticos, artículos de supermercados, entre otros • Debe ser totalmente transparente o blanco. • Al presentarse en un color diferentes disminuye su valor comercial. • No estar contaminado con aceite. • No presentar contaminación con pintura. • No debe estar desgastado por el calor.
PVC Blando (policloruro de vinilo)	Panal	• Este tipo de PVC es comúnmente visto en piscinas inflables, muñecas, suelas de zapato y chancleta. • No presentar contaminación con pintura. • No debe estar desgastado por exposición al calor.
Duro	Duro	• Este tipo de PVC es utilizado para crear en tubería, láminas de cielo falso, entre otros. • No presentar contaminación con pintura de aceite.
Envase	Envases	• Este tipo de PVC utilizado en la fabricación de envases para algunos productos alimenticios y en cosméticos. • No debe presentar contaminación por pintura de aceite.

Fuente: *Elaboración propia*

La identificación del reciclaje por medio de los sentidos

La identificación de los materiales reciclables es posible por medio de los sentidos del ser humano. A continuación, se presentarán algunos procesos de clasificación sensorial.

Identificación de los metales

Los recicladores en la identificación de los metales realizan varios tipos de pruebas que les permiten identificar cuál es la composición del metal. Los elementos utilizados para realizar las pruebas son: un pedazo de palo, un imán y un cuchillo.

- El palo permite golpear suavemente el metal y el sonido que produce es identificado a través de la audición. Los recicladores manifiestan que esto es posible gracias a que cada metal produce un sonido diferente y por su experiencia en la práctica les hace fácil su identificación.

- Cuando el imán se ubica cerca de los metales presenta una reacción muy particular con el hierro. Los recicladores dicen que el imán se ubica cerca al hierro, estos se atraen entre sí; con los otros metales no se produce esa reacción.
- El cuchillo permite raspar el metal y observar aspectos como: la composición de su interior, color que produce, si se produce rayones, entre otros.

Identificación del papel

En la identificación del papel juega un papel predominante los sentidos del tacto, vista y oído. En los papeles parafinados el sentido principal para identificar es la vista; al "ver" el brillo que presenta el papel por la muy delgada capa plástica que lo recubre. En los periódicos satinados y no satinados, el sentido principal para su identificación es el tacto. Al "tocarlos", el primero es muy suave y no presenta porosidad; en cambio el segundo es más rugoso y poroso.

La identificación de materiales reciclables a través de los sentidos empleada por los recicladores, Ittelson (como se cita en Zube, 2006) la atribuye a la percepción ambiental del reciclador, la cual describe como:

> "un fenómeno multidimensional, un proceso transaccional entre la persona y el entorno. Indicando que los entornos rodean a la persona, brindan oportunidades para la exploración y brindan información que se recibe a través de todos los sentidos: tacto, oído, vista, olfato y gusto" (p.20).

En concordancia con esto, la forma como interactúan los recicladores con el entorno y los elementos que hay en él, tiene gran importancia en este proceso transaccional. Esto conlleva a las decisiones que se toman para establecer clasificaciones entre los elementos reciclables una vez son percibido por sus sentidos (Moreno, 2015). Es importante recalcar, que las experiencias sensoriales entre los recicladores y cómo perciben su entorno, les ha permitido a cada uno desarrollar su modo o estilo para identificar una determinada clasificación (Salas, 2008).

Estas investigaciones nos permiten afirmar que el entorno del reciclador y cada uno de los elementos que lo componen funcionan como fuente de información, la cual es percibida por los sentidos. Por consiguiente, esto les permite tener la capacidad de identificar, distinguir y establecer relaciones entre objetos a través de dichos sentidos. Aunque se puede deducir que estas clasificaciones sensoriales están ligadas a procesos biológicos en las personas y es muy complejo explicarlo desde nuestro campo de investigación.

A continuación, podemos ver algunos de los procesos para valorizar estos materiales: En la pasta se realiza la separación de los materiales teniendo en cuenta la tonalidad de color que presenten. Se usan seis tipos de tonalidades, rojos, azules, verdes, amarillos, blancos y grises. El tono blanco y transparente son los que mejor se compran, pues con este material pueden obtener materia prima para pasta de todos los colores. Las tonalidades rojas, azules, amarillos y verdes se pagan a un menor valor, ya que con ellos solo se puede producir materia prima para pasta de la misma tonalidad de cada uno. Las tonalidades del gris, es el que pagan más barato, pues este es utilizado solo para producir negro. Estas tonalidades se pueden ver en la figura 42.

Figura 42. El antes y después al clasificar la pasta.
Fuente: *trabajo de campo*

Venta de reciclaje

El señor José fue el tercer entrevistado; se ha desempeñado como recolector y comprador de materiales reciclables. Él compra el reciclaje a los recicladores del sector. Él expone que los recicladores llegan a su bodega a venderle el material reciclable que logran conseguir durante su jornada de trabajo. Manifiesta que existen dos formas de comprar el reciclaje, reciclaje revuelto que es cuando los recicladores no realizan la limpieza del reciclaje, como se observa en la figura 43a. Al darse esta situación que es poco común, se trata de observar e identificar rápidamente qué materiales puede contener la bolsa llena de reciclaje para darle un precio al vendedor, con el cual se puede generar ganancias y no pérdidas. La otra forma es cuando el reciclador vende el material limpio, como se observa en la figura 43b. Aquí se tiene una tabla con el precio de cada material por kilogramos (kg), en la cual los precios varían por factores como precio del dólar, demanda del material, entre otros.

Figura 43. 43a. Reciclaje revuelto. 43b. Reciclaje limpio y clasificado.

Fuente: *Elaboración propia.*

Así, tanto para vendedor como comprador, la limpieza que está en función de la acción intelectual matemática de clasificación es de suma importancia en la actividad comercial del reciclaje.

El señor José manifiesta que, para comprar los materiales reciclables estos deben ser pesados; él utiliza una báscula electrónica para hacer este proceso. Los materiales se compran por kilogramos y cada material tiene su precio estipulado por dicha unidad. Cuando el peso no da en kilos exactos, se utiliza el término “rayas” (en rayas se define la cantidad de material que no alcanza a completar el kilogramo). En la asignación de las rayas, José dice que, un kilogramo equivale a 10 rayas, cuando la báscula marca números decimales, las décimas hacen referencia a la cantidad de rayas marcadas. Por ejemplo, si se registra un peso de 55,60, esto indica que el peso es de 55 kilogramos y 6 rayas. Al preguntar ¿Por qué se usa la medida en raya, si la balanza marca cantidades numéricas? José respondió: Anteriormente se usaban otro tipo de balanzas para pesar el material y en ella solo se reflejaba el peso en kilogramos. Cuando el peso se pasaba por un cuarto de kilogramo la balanza marcaba entre 2 y 3 rayas.

Si se trata de buscar conexiones con el ámbito escolar, se podrían problematizar los resultados de esta investigación con temas de conjuntos, operaciones entre conjuntos, relaciones de semejanza y diferencia. En la práctica del reciclaje, la clasificación de los materiales reciclables implica procesos como: comparar, ordenar, categorizar, separar, identificar, dividir, enumerar, agrupar, distribuir, reagrupar, repartir, medir, estimar, organizar, entre otros; varias de estas acciones intelectuales son recomendadas para aprender en matemáticas por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, MEN (2016). Estas acciones intelectuales, si llegasen a ser desarrolladas por los estudiantes en clases de matemáticas, sería muy beneficioso para el desarrollo de competencias matemáticas conectadas con prácticas de la vida cotidiana, que además de ello, podría permitir que los estudiantes tomen consciencia de valorar y respetar otros grupos laborales, otras formas de pensar y hacer matemáticas, en este caso, el de la comunidad laboral de recicladores, considerando que el MEN (1998), propone que "Se hace necesario comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno".

Desde el Programa Etnomatemáticas se apuesta a la conexión de los saberes matemáticos existentes en las prácticas culturales con el currículo de matemáticas (Aroca, 2018, 2022; Rosa & Orey, 2018). De acuerdo con Medina (2017) "En clases de matemáticas sus autores deben afrontar una serie de procesos como: razonar, imaginar, descubrir, intuir, probar, generalizar, utilizar técnicas, aplicar destrezas, estimar, comprobar resultados". En este sentido, al problematizar los resultados de esta investigación en clases de matemática, se brinda una serie de alternativas en la enseñanza y aprendizajes de las matemáticas.

Fase educativa

Los resultados de esta investigación pueden aportar material para la construcción de propuestas con matemáticas contextualizadas. Que sirvan en el fortalecimiento en los procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula de clase de matemáticas conectadas con la vida cotidiana y la valoración de las raíces históricas y culturales. En una segunda fase de la investigación se avanza en la fase educativa del enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas, específicamente en las conexiones etnomatemáticas entre la práctica artesanal del reciclaje y la teoría de conjuntos, pero este no es el objetivo de este primer artículo de investigación. La figura 44, muestra algunos ambientes de aprendizaje.

Figura 44. Fase educativa del enfoque didáctico del Programa Etnomatemáticas entre la práctica del reciclaje y la teoría de conjuntos.

Fuente: *trabajo de campo*

A continuación, se presentan los planes de clases que se realizaron teniendo en cuenta la fase etnográfica.

Planes de clases

Universidad del Atlántico	Profesor (a): Efraín Rodríguez Murillo.	Conceptos artesanales: La actividad de clasificación del reciclaje Tema y grado escolares: Conjuntos. 11°	Tiempo: 120 minutos.	Fecha: 28 septiembre 2022.
Pensamiento:	Pensamiento numérico y sistemas numéricos.			
Estándar:	Comparo y contrasto las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y las de sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos. Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.			
DBA:	Utiliza las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y sus relaciones y operaciones para construir y comparar los distintos sistemas numéricos.			
Tema y Subtemas:	Conjuntos. Operaciones entre conjuntos.			
Propósito de aprendizaje:	Describe propiedades de los números y las operaciones que son comunes y diferentes en los distintos sistemas numéricos. Construye representaciones de los conjuntos numéricos y establece relaciones acordes con sus propiedades.			
Competencias:	CIUDADANAS Competencias comunicativas: Los estudiantes tendrán la capacidad para escuchar atentamente los argumentos de las personas involucradas en la clase y comprenderlos, a pesar de no compartirlos. O la capacidad para poder expresar asertivamente, es decir, con claridad, firmeza y sin agresión, los propios puntos de vista Competencias cognitivas: Los estudiantes tendrán la habilidad para identificar las distintas consecuencias que podría tener una decisión, la capacidad para ver la misma situación desde el punto de vista de las personas involucradas, y las capacidades de reflexión y análisis crítico, entre otras. MATEMÁTICAS Competencia de razonamiento: Con esta actividad el estudiante podrá percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. Competencia de la formulación, tratamiento y resolución de problemas: Esto le permite al estudiante en una determinada situación problema desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Competencia comunicativa: Esto les permite a los estudiantes saber cómo las matemáticas, pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan. Además, la adquisición y dominio de los lenguajes propios para propiciar el trabajo colectivo, en el que los estudiantes compartan el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos, aprecien la necesidad de tener acuerdos colectivos.			

Desempeño	Establece relaciones entre conjuntos y las diferentes operaciones entre ellos.			
Metodología del aprendizaje	Está basada en el enfoque etnomatemático, partiendo de los saberes locales no escolarizados hallados en la práctica del reciclaje, para lograr la formalización del conocimiento matemáticos.			
Perfil de los alumnos:	Son estudiantes de la institución educativa Simón Bolívar en el grado 11 de la jornada nocturna. El curso cuenta con 22 estudiantes, sus edades se encuentran entre 15-49 años.			
Perfil del estudiante.	En proceso.			
Fase	Momentos	Actividad	Recursos	Tiempo
Inicio	Exploración de conocimientos previos	Se les da un gran saludo a los estudiantes, se toman unos minutos para preguntarle a los estudiantes ¿Cómo están?, ¿cómo les ha ido?, Se establecerán los pactos de buena convivencia en el aula de clases: Levantar la mano para tomar la palabra. Escuchar atentamente las intervenciones de los demás. Respeto hacia los compañeros. Otras normas que se deseen agregar. ¿Sabe usted en qué consiste la contaminación ambiental? ¿Conoce usted qué son desechos aprovechables? ¿Sabe usted cúales desechos se pueden aprovechar? ¿Conoce usted sobre la práctica del reciclaje? ¿Sabe usted si alguien conocido (familiar o amigo) recicla? ¿Qué le parece esta práctica? ¿Encuentra relación entre esta actividad y las matemáticas? ¿Cuáles? Luego se realizará una intervención donde se hablará de los propósitos, objetivos y la importancia del tema para sus vidas y su proceso de formación. ¿Pensabas que la práctica del reciclaje se relaciona con tema de conjuntos y operaciones entre conjuntos? Luego se hará la reproducción de un video sobre la práctica de clasificación del reciclaje.	Computador, video beam,	30 minutos

<table>
<tr><td>Desarrollo</td><td>Estructuración, práctica y ejecución</td><td>Se comienza con interrogantes sobre lo observado en la práctica del reciclaje, se pregunta si hay o no matemáticas en lo observado en el video.

Actividad 1.
Formando conjuntos.
Se realizará una actividad en el patio de la institución, los estudiantes se organizarán en grupos de 4 a 5 integrantes donde a cada grupo se le entregará un saco con diferentes elementos, los cuales son reciclables. Luego le preguntaremos a cada grupo lo siguiente
¿Es posible separar estos elementos en 4 grupos? ¿Cómo lo harían?

Luego se socializará que tuvieron en cuenta los estudiantes para organizar los grupos de elementos, se comenzará a discutir las relaciones y criterios que emplearon para la organización de los grupos de elementos.
A partir de allí cada estudiante podrá desarrollar su propia definición de lo que es un conjunto.

Después se desarrollará con los materiales la conformación de diferentes tipos conjuntos (vacío, unitario, finito, infinito y universal).

Se les pedirá a los estudiantes con días de anticipación separar materiales que vayan a desechar en sus hogares que sean reciclables (cartón, papel, envases plásticos, retazos de PVC, metales, entre otros), y llevarlos a la clase.

Con los elementos recolectados, se le pedirá a un estudiante al azar clasificar los elementos y conformar los siguientes conjuntos:
Conjunto 1. Plásticos.
Conjunto 2. Metales.
Conjunto 3. Papel.
Conjunto 4. PVC.

Después plantear un cuestionario de situaciones relacionadas con las distintas operaciones entre conjuntos (unión, intersección, complemento, diferencia y diferencia simétrica). Realizar preguntar a los estudiantes, abrir un espacio entre preguntas para debatir respuestas que tengan los estudiantes, luego hacer una demostración organizando diagramas de ven con los materiales y comprobando qué sucede en cada una de las situaciones planteadas.</td><td>Hojas con el cuestionario de preguntas, lápices, Tablero, marcadores, borrador, libreta, Aros Ula Ula, materiales reciclables,</td><td>70 minutos</td></tr>
</table>

Cierre	Transferencia	Se socializarán las soluciones brindadas por los estudiantes, ellos explicarán porqué proponen esas soluciones. Se hará un análisis con el docente sobre otras posibles soluciones.		10 minutos
	Valoración	En la valoración se le preguntará al estudiante. ¿Cómo se sintió en la actividad? ¿Qué tal le pareció la actividad? ¿Qué les gustaría que tuviera la actividad?		10 minutos

A continuación, se presenta la matriz de aciertos, desaciertos y ajustes, que se empleó en el pilotaje y conllevó a un mejor diseño de los planes de clases.

Matriz de aciertos, desaciertos y ajustes

ACTIVIDAD	ETAPA INICIAL	ACIERTOS	DESACIERTOS	AJUSTES
Exploración de conocimientos previos	Los estudiantes explicaban sus conocimientos sobre la práctica del reciclaje, Conocen algunos aspectos matemáticos en la práctica, pero desconocían que esta tuviera alguna relación con los conjuntos y operaciones entre ellos.	Los estudiantes lograron asociar el reciclaje con la formación de conjuntos. Al mismo tiempo reflexionar sobre la importancia de clasificar el reciclaje para el cuidado del medioambiente. . Evidencia de aprendizaje. Definieron que es un conjunto y cuáles son los tipos de conjuntos. Comprenden la importancia del reciclaje.	Hacer la actividad en la noche y no poder salir al patio del colegio por la poca iluminación. Evidencia de aprendizaje. Definieron que es un conjunto y cuáles son los tipos de conjuntos. Comprenden la importancia del reciclaje.	Organizar la actividad en un lugar donde tengamos espacio suficiente
Presentación del video	Se vieron muy motivados los estudiantes en la presentación del video, ya que los lugares y la práctica hacen parte de su cotidianidad.	Los estudiantes conocieron todo proceso de clasificación del reciclaje. Evidencia de aprendizaje. Conocer los procesos de clasificación en la práctica del reciclaje. Observan como se forman conjuntos con materiales reciclables.	Por falta de recursos no se pudo mostrar el vídeo desde un video beam, y unos bafles que tuvieran un sonido más fuerte. Presentar el video muy largo. Evidencia de aprendizaje Conocer los procesos de clasificación en la práctica del reciclaje. Observan cómo se forman conjuntos con materiales reciclables.	Hacer lo posible por conseguir video beam y un mejor reproductor de audio. Recortar el tiempo del video, ya que el tiempo de ejecución de esta fase es muy corto.

Primera actividad	Inició la actividad con mucha ansiedad y nervios entre los estudiantes para pasar al centro del salón.	Los estudiantes definieron características entre materiales reciclables, formaron conjuntos y lograron definir conjuntos (vacío, unitario, finito, infinito y universal) dentro de la actividad. Evidencia de aprendizaje. Identificaron los tipos de conjuntos. Representaron conjuntos con materiales reciclables.	Muy corto el tiempo para desarrollar todo el paso a paso de la actividad, la mayoría quiere participar y tenía muy pocos materiales reciclables. Incluir la siguiente pregunta: como individuos comunes de la sociedad ¿Cómo puedo ayudar a los recicladores? Evidencia de aprendizaje. Identificaron los tipos de conjuntos. Representaron conjuntos con materiales reciclables.	Tener más ula ula y materiales reciclables suficiente para que todos puedan participar en el tiempo establecido.
Segunda actividad	Los estudiantes se encontraban muy entusiasmados por participar en la segunda actividad.	Los estudiantes tenían total desconocimiento de las operaciones que se pueden realizar con los conjuntos y se les dificulto seguir las instrucciones para desarrollar la actividad.	Involucrar todos los tipos de conjuntos y sus operaciones en una sola clase, confundieron los tipos de conjuntos con las operaciones entre ellos.	Explicar a los estudiantes antes del inicio de la actividad en qué consisten las operaciones entre conjuntos para que sepan la diferencia de los tipos de conjuntos.

Cierre	En este momento se hace una reflexión sobre la clasificación y formación de conjuntos en el reciclaje.	Los estudiantes se sintieron muy entusiasmados al tener una clase diferente, donde se tienen en cuenta sus conocimientos para resolver situaciones. Evidencia de aprendizaje. Establecer características para formar conjuntos utilizando materiales reciclables y su importancia en el cuidado del medioambiente.	Haber contado con más tiempo para reflexionar más sobre lo importante de reciclar en nuestros hogares. Evidencia de aprendizaje. Establecer características para formar conjuntos utilizando materiales reciclables y su importancia en el cuidado del medioambiente.	

Algunas conclusiones

En el desarrollo de esta investigación se evidenciaron acciones intelectuales matemáticas que se desarrollan en la práctica del reciclaje, que son ejecutadas por los recicladores en el desarrollo de sus actividades y están relacionadas principalmente con la clasificación. En esta práctica del reciclaje los recicladores utilizan mucho la palabra "limpieza"; este término presenta dentro de la práctica una gran similitud con la frase clasificación, lo cual implica: comparar, ordenar, categorizar, separar, identificar, dividir, enumerar, agrupar, distribuir, reagrupar, repartir, organizar los materiales reciclables. En el momento de la limpieza en los depósitos organizan la separación de grandes cantidades de materiales reciclables y con gran facilidad crean diferentes subclasificaciones entre las clasificaciones ya logradas.

Los recicladores conociendo los diferentes tipos de materiales reciclables, establecen criterios de inclusión y exclusión para su clasificación. Estos criterios son utilizados, con el fin de confirmar si un objeto reciclable cumple con las características para pertenecer a un determinado grupo. Los criterios son textura, grosor, color, tipo de material, sonido, volumen, peso, precio, estado del material. Se destaca la naturalidad con la que los recicladores desarrollan las clasificaciones de los materiales reciclables, al observar en ocasiones como aplican estos criterios para lograr identificar a qué tipo de material en específico pertenece un objeto reciclado.

Se pudo evidenciar que los recicladores al no tener una balanza en casa para pesar el reciclaje levantan los sacos con sus manos y desarrollan algunas estimaciones del peso del reciclaje, con el fin de conocer cuánto va a pesar y si es el momento de vender o si se necesita recolectar más. Esto implica cálculos mentales con gran rapidez para determinar un aproximado del precio que pueden pagar por el reciclaje.

También se evidenció un particular sistema de medidas utilizados por estos recicladores en su práctica, el cual es llamado medidas por rayas y que consiste en el fraccionamiento del kilogramo en diez partes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Albanese, V. y Perales, F. (2020). Mathematics Conceptions by Teachers from an Ethnomathematical Perspective. Bolema, 4(66), 1-21.

Alsina, Á. (2014). Procesos matemáticos en Educación Infantil: 50 ideas clave. Números, 86(12), 5-28.

Álvarez, J., & Gayou, J. (2003). Cómo hacer investigación cualitativa. Fundamentos y metodología. México, DF: Paidós educador.

Ameigeiras, A. R. (2006). El abordaje etnográfico en la investigación social. En I. Vasilachis de Gialdino. (Ed.), Estrategias cualitativas de investigación (pp. 107- 151). Buenos Aires: Gedisa.

Arenas-Peñaloza, J., y Rodríguez-Vásquez, F. (2020). Dificultad en las fracciones para los estudiantes de la educación primaria mexicana. Gestión, Competitividad e innovación (Enero-Junio 2020), 24-33.

Arias, F. (2012). El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica. (6a ed.). Caracas, Venezuela: Episteme.

Aroca, A. (2013). Los escenarios de exploración en el Programa de Investigación en Etnomatemáticas. Educación Matemática, 25(1), 111-131.

Aroca, A. (2016). La definición etimológica de Etnomatemática e implicaciones en Educación Matemática. Educación matemática, 28(2), 175-195. https://doi.org/10.24844/em2802.07

Aroca, A. (2018). Aprendizaje paralelo y comparativo: la postura didáctica del programa Etnomatemática. Revista Latinoamericana de Etnomatemáticas, 11(2), 4-7.

Aroca, A. (2022). Un enfoque didáctico del programa de Etnomatemáticas. Tecné, Episteme y Didaxis: TED, (52), 211-248. https://doi.org/10.17227/ted.num52-13743

Ávila, A. (2006). Prácticas cotidianas y conocimiento sobre las fracciones. Estudio con adultos de escasa o nula escolaridad. Educación Matemática, 18(1), 5-35.

Ávila, A. (2014). La Etnomatemática en la Educación indígena: así se concibe, así se pone en práctica. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(1), 19-49.

Ávila, A. (2019). Significados, representaciones y lenguaje: las fracciones en tres generaciones de libros de texto para primaria. Educación Matemática, 31(2), 22-60.

Bishop, A. (1999). Enculturación matemática. La educación matemática desde un enfoque sociocultural. Paidós: Barcelona.

Bishop, A. (2005). Aproximación sociocultural a la educación matemática. Santiago de Cali: Universidad de Valle.

Bishop. A. (1999). Enculturación Matemática, la educación matemática desde una perspectiva cultural. España: Ediciones Paidos.

Bishop. A., (2005). Aproximación sociocultural a la educación matemática. Universidad del Valle.

Blanco, H. (2006). La Etnomatemática en Colombia: un programa en construcción. Boletim de Educação Matemática, 19 (26), 1-19.

Blanco, H. (2008). Entrevista al profesor Ubiratan D' Ambrosio. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 1(1), 21-25.

Blanco, H. (2008b). La integración de la Etnomatemática en la etnoeducación. En G. García. (Presidencia), Encuentro colombiano de matemática educativa. Ecme 9 Asocolme, Valledupar, Colombia.

Blanco, H., & Parra, A. (2009). Entrevista al Profesor Alan Bishop. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 2(1), 69-74.

Blanco-Álvarez, H. (2008). Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 1(1), 21-25.

Blanco-Álvarez, H., Fernández-Oliveras, A., & Oliveras, M. (2017). Medidas de capacidad volumétrica no convencionales: aportes a la educación primaria. Enseñanza de las ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas, (Extra), 2071-2078.

Bossa, G. A. (2012). Impacto del sistema de venta al menudeo en el comportamiento de compra de las marcas comercializadas en las tiendas de barrio de la ciudad de Cartagena. Saber, Ciencia y Libertad, 7(2), 77-98. https://doi.org/10.18041/2382- 3240/saber.2012v7n2.1802

Braun, V. y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. Qualitative Research in Psychology, 3(2), 77-101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Businskas, A. M. (2008). Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections [Unpublished PhD thesis]. Simon Fraser University.

Calambás, E. R. (2011). El concepto de capacidad en niños: Un estudio de las estrategias escolares y socioculturales para su construcción. (Tesis de Maestría no publicada). Universidad del Cauca.

Cantillo, L., Pupo, N. y Aroca 3, A. (2019).

Cantoral, R., Montiel, G., & Reyes-Gasperini, D. (2015). El programa socioepistemológico de investigación en Matemática Educativa: el caso de Latinoamérica. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 18(1),5-18.

Castaño, J. (2015). El libro de los pesos y medidas. España: La Esfera de los Libros.

Cervantes-Barraza J. A., y Vargas-Delgado, L. (2022). Concepciones de futuros profesores de matemáticas en el diseño de tareas argumentativas. Universidad Autónoma del Caribe. Revista Encuentros, 20(02). Doi: 10.15665/encuen.v20i02

Cervantes-Barraza, J. A. y Aroca-Araújo, A. (2023). Design of interactive mathematical tasks that integrate the argumentation and the Ethnomathematics program. Journal on Mathematics Education, en prensa.

Cervantes-Barraza, J. A., Cabañas-Sánchez, G. y Mercado-Porras, K. (2020). El rol del profesor en la construcción de conocimiento matemático a través de la argumentación colectiva. En H. Hernández, J. Juárez, J. Slisko (Eds.). PP. 214-2

Cervantes-Barraza, J. A., y Cabañas-Sánchez, M. G. (2022). Argumentación matemática basada en refutaciones. REDIMAT –Journal of Research in Mathematics Education, 11(2), 159-179. doi:10.17583/redimat.4015To link this article: http://dx.doi.org/10.17583/redimat.4015

Cortina, J. L. (2014). Investigar las fracciones: experiencias inspiradas en la metodología de los experimentos de diseño. Educación Matemática, 26 (Especial), 270-287.

D'Ambrosio, U. (2001). Etnomatemática: Elo entre las tradições e a modernidad. Colección: Tendencias en educación matemática. Belo Horizonte: Autêtica.

D'Ambrosio, U. (2002). Etnomatemática, entre las tradiciones y la modernidad. Belo Horizonte: Autentica.

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7(2), 100-107.

D'Ambrosio, U., & Knijnik, G. (2020). Ethnomathematics, En Encyclopedia of mathematics education. In S. Lerman (Ed.), (pp. 283-288). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_60

Dos Santos, L. T. y Donizeti, A. (2011). Educação Escolar Indígena, matemática e cultura: a abordagem etnomatemática. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 4(1), 21-39.

Fandiño, M. (2009). Las Fracciones: Aspectos conceptuales y didácticos. Bogotá: Magisterio.

García-García, J., & Dolores-Flores, C. (2019). Pre-university students' mathematical connections when sketching the graph of derivative and antiderivative functions. Mathematics Education Research Journal, 33, 1-22. https://doi.org/10.1007/s13394-019-00286-x

Gerdes, P. (1989). Aritmética e Ornamentação Geométrico: Analise de alguns cestos de índios do Brasil. Rev. Bolema: Bol. Ed. Matemática. 4(1):206-247.

Gerdes, P. (1991). On ethnomathematical research and symmetry. Rev. Symmetry: Culture and Science. 8(1),154-170.

Gerdes, P. (1999). Geometry from Africa. Mathematical and educational explorations. Estados Unidos: Ed. Current Printing.

Gerdes, P. (2013). Geometría y cestería de los bora en la amazonía peruana. Lima: Ministerio de Educación de Perú.

Godino, J. D., Batareno, C. y Roa, R. (2002). Medida de magnitudes y su didáctica para maestros. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática. Disponible en: https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). Metodología de la Investigación. México: Mc-Graw Hill Education.

Jaramillo, D.; Tamayo, C.; Charry, O. (2022). Etnomatemática, un posible anuncio en educación matemática. En Rodríguez, Mabel; Pochulu, Marcel David; Espinoza, Fabián (Eds.), Educación matemática: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos (pp. 91-117). Argentina: Ediciones UNGS.

Kieren, T. E. (1988). Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. En: J. Hiebert y M. Behr (Eds.), Number concepts and Operations on the Middle Grades. (pp. 162-181). EUA: Lawrence Erlbaum Associates/National Council of Teachers of Mathematics.

Krummheuer, G. (1995). The ethnology of argumentation. En: P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.). The Emergence of Mathematical Meaning: Interaction in Classroom Cultures. (pp. 229–269), Hillsdale: Erlbaum.

Krummheuer, G. (2015). Methods for reconstructing processes of argumentation and participation in primary mathematics classroom interaction. En A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping., y N. Presmeg (Eds.), Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education: Examples of methodology and methods (pp. 75-101). Dordrecht: Springer. DOI:10.1007/978-94-017-9181-6_4

Lewis, K. (2016). Las discapacidades para el aprendizaje de las matemáticas como diferencia en el desarrollo: un análisis detallado de las estrategias de una estudiante al partir enteros para obtener fracciones. Journal for the Study of Education and Development, 39(4), 812-857. https://doi.org/10.1080/02103702.2016.1215085

López, C. (2018). Fracciones a través del aprendizaje situado. Cultura Científica, (16), 134-145. https://doi.org/10.38017/1657463X.537.

Llinares, S. (2013). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En M. Chamorro (Ed.). Didáctica de las Matemáticas para Primaria. (pp. 187-221). Pearson Educación S.A.

Llinares, S., y Sánchez, M. (1997). Las Fracciones. En S. Llinares (Ed.), Las Fracciones Diferentes interpretaciones. España: Síntesis

Mansilla, L. E., Castro, A. N., & Rodríguez-Nieto, C. A. (2023). Conexiones etnomatemáticas en el aula: implementación de una secuencia etnomatemática basada en la pesca del sur de Chile. Información tecnológica, 34(2), 53-64. http://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642023000200053

Medina Hidalgo, M. I. (2017). Estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento lógico matemático. UNESUM-Ciencias. Revista Científica Multidisciplinaria. ISSN 2602-8166, 1(3). doi.org/10.47230/unesum-ciencias.v1.n3.2017.28

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). Documento N° 3. Estándares Básicos de Competencia en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). (1998). Lineamientos curriculares. Matemáticas. Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje para Matemáticas (Vol. 2). Bogotá: Panamericana Formas e Impresos.

National Council of Teachers of Mathematics (2002). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

Páez, J. E. y Pérez, P. (2005). Acercamiento al Comportamiento del Tendero. [Tesis para Magíster en Administración]. Universidad de los Andes.

Páramo, D. (2009). El comercio tradicional colombiano: un espacio de fortalecimiento cultural para los consumidores [Tesis de Doctorado No. 705]. Facultad de Ciencias Económicas y Sociales, Universidad de Ginebra (Suiza).

Perec, G. (1986). Pensar, clasificar. Barcelona: Gedisa S.A.

Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 19(1), 71-98. http://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1913

Real Academia Española. (2014). Diccionario de la lengua española. https://dle.rae.es.

Ríos-Cuesta, W. (2021). Aplicación de las representaciones gráficas y la visualización a la resolución de problemas con fracciones: una transición hacia el algoritmo. Revista Virtual Universidad Católica del Norte, 8(63), 196-222. https://www.doi.org/10.35575/rvucn.n63a8

Rivas, C. A. (2018). Piensa un minuto antes de actuar: gestión integral de residuos sólidos. Bogotá: Ministerio del Medio Ambiente de Colombia. Disponible en: http://www.mincit.gov.co/getattachment/c957c5b4-4f22-4a75-be4d-73e7b64e4736/17-10-2018-Uso-Eficiente-de-Recursos-Agua-y-Energi.aspx

Rodríguez, C., Velásquez, D., Muñoz, A., Mercado, K., y Cervantes, J. (2022). Investigando las conexiones etnomatemáticas entre las formas de quesos y tambores musicales en Chilpancingo, México. Una contribución a la Didáctica de la Geometría. Journal of Mathematics and Culture. 16(1), 119-152.

Rodríguez-Nieto, C. A. & Alsina, A. (2022). Networking Between Ethnomathematics, STEAM Education, and the Globalized Approach to Analyze Mathematical Connections in Daily Practices. Eurasia Journal of Mathematics Science and Technology Education, 18(3), 1-22. https://doi.org/10.29333/ejmste/11710

Rodríguez-Nieto, C. A. (2020). Explorando las conexiones entre sistemas de medidas usados en prácticas cotidianas en el municipio de Baranoa. IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH, 11, e857. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v11i0.857

Rodríguez-Nieto, C. A. (2021). Conexiones etnomatemáticas entre conceptos geométricos en la elaboración de las tortillas de Chilpancingo, México.

Rodríguez-Nieto, C. A., & Escobar-Ramírez, Y. C. (2022). Conexiones etnomatemáticas en la elaboración del Sancocho de Guandú y su comercialización en Sibarco, Colombia. Bolema: Boletim de Educação Matemática, 36, 971-1002. https://doi.org/10.1590/1980-4415v36n74a02

Rodríguez-Nieto, C. A., Font, V., Borji, V., & Rodríguez-Vásquez, F. M. (2021). Mathematical connections from a networking theory between extended theory of mathematical connections and onto-semiotic approach. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 53(9), 2364-2390. https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1875071

Rodríguez-Nieto, C., Morales, L., Muñoz, A. y Navarro, C. (2017). Medidas no convencionales: El caso del mercado Baltazar R. Leyva Mancilla, Chilpancingo, Gro. En Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Eds.), VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, (pp. 225-233). FESPM.

Rodríguez-Pérez, Y. B. (2019). Fracciones y realidad. [Tesis de Maestría]. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja. https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/2995/1/TGT_1616.pdf

Rosa, M., & Orey, D. (2011). Ethnomathematics: the cultural aspects of mathematics. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 4(2), 32-54.

Rosa, M., & Orey, D. C. O. C. (2018). Propondo um currículo trivium fundamentado nas perspectivas da etnomatemática e da modelagem. Revista educação matemática em foco, 7(2), 63–98.

Rosa, M., Orey, C. D., & Gavarrete, M. E. (2017). Ubicación espacial y localización desde la perspectiva sociocultural: validación de una propuesta formativa para la enculturación docente a partir de Etnomatemáticas. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 10(2), 69-87.

Solar, H. y Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. Bolema, Rio Claro (SP), 30(56), 1092-1112. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13

Tsung-Lung, T. y Hui-Chuan, L. (2016) Hacia un marco para desarrollar el dominio de las fracciones de los estudiantes. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 48(2), 244-255. https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1238520

Wiryanto, Primaniarta, M. G., & de Mattos, J. R. L. (2022). Javanese ethnomathematics: Exploration of the Tedhak Sitentradition for class learning practices. Journal on Mathematics Education, 13(4), 661-680. http://doi.org/10.22342/jme.v13i4.pp661-680

Zambrano, J. A. (2012). Prácticas matemáticas en una plaza de mercado. Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 5(1), 35-61.

Zapata, F. y Cano, N. (2008). En G. Obando (Presidencia), La enseñanza de la magnitud área. Conferencia llevada a cabo en el Noveno Encuentro Colombiano de Matemática Educativa, Universidad Popular del Cesar.

Zube, E. H. (2006). Environmental perception. In Environmental Geology. https://doi.org/10.1007/1-4020-4494-1_120